



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**

Apprendre la sensibilité d'un ordonnancement en analysant le processus de recherche

Marc-André Ménard, Ph.D. student
marc-andre.menard.2@ulaval.ca
Claude-Guy Quimper, Professeur
Jonathan Gaudreault, Professeur





[multiplier la perfection]

- Entreprise œuvrant dans le domaine aéronautique et militaire.
- Usinage de haute précision.
- Développe un logiciel Meta4.0 pour aider la production et la gestion de l'entreprise.



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Machine à commande numérique

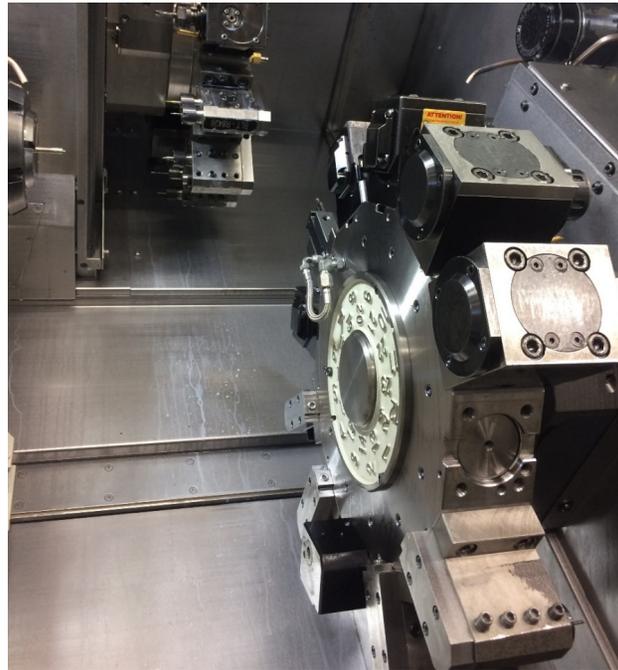


**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Tourelle dans une machine CNC

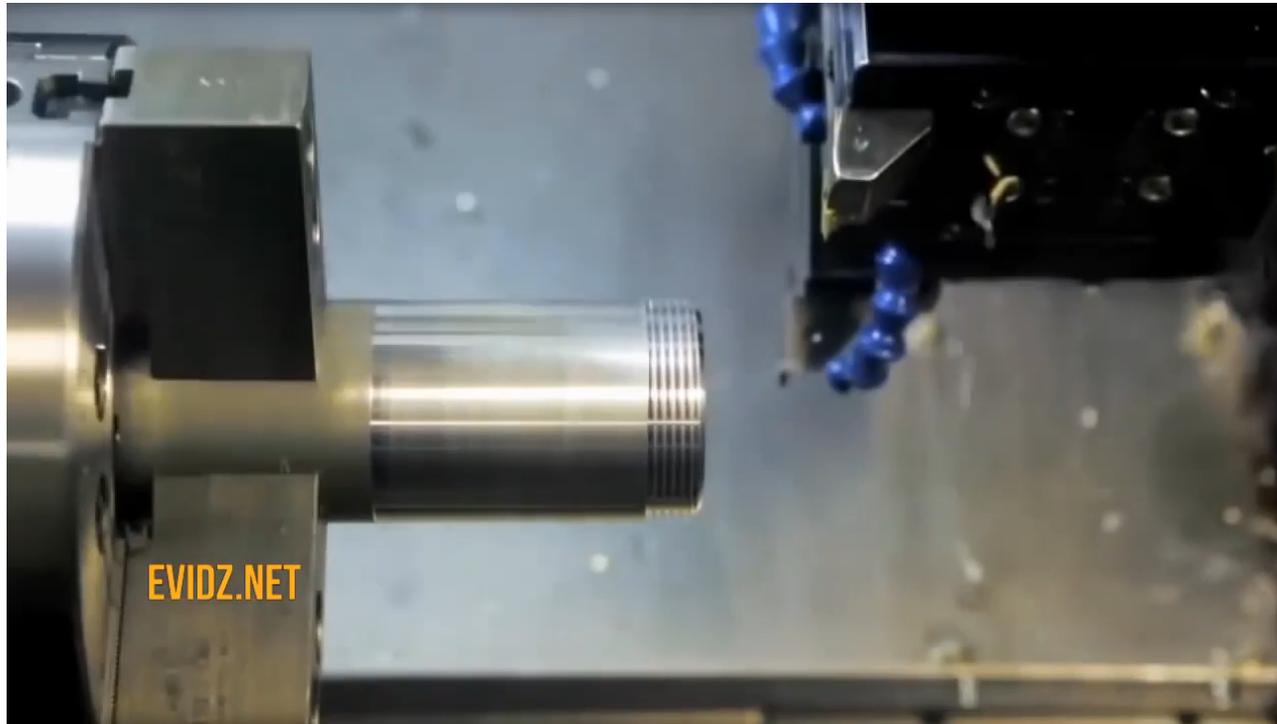


**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Usinage par extraction



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



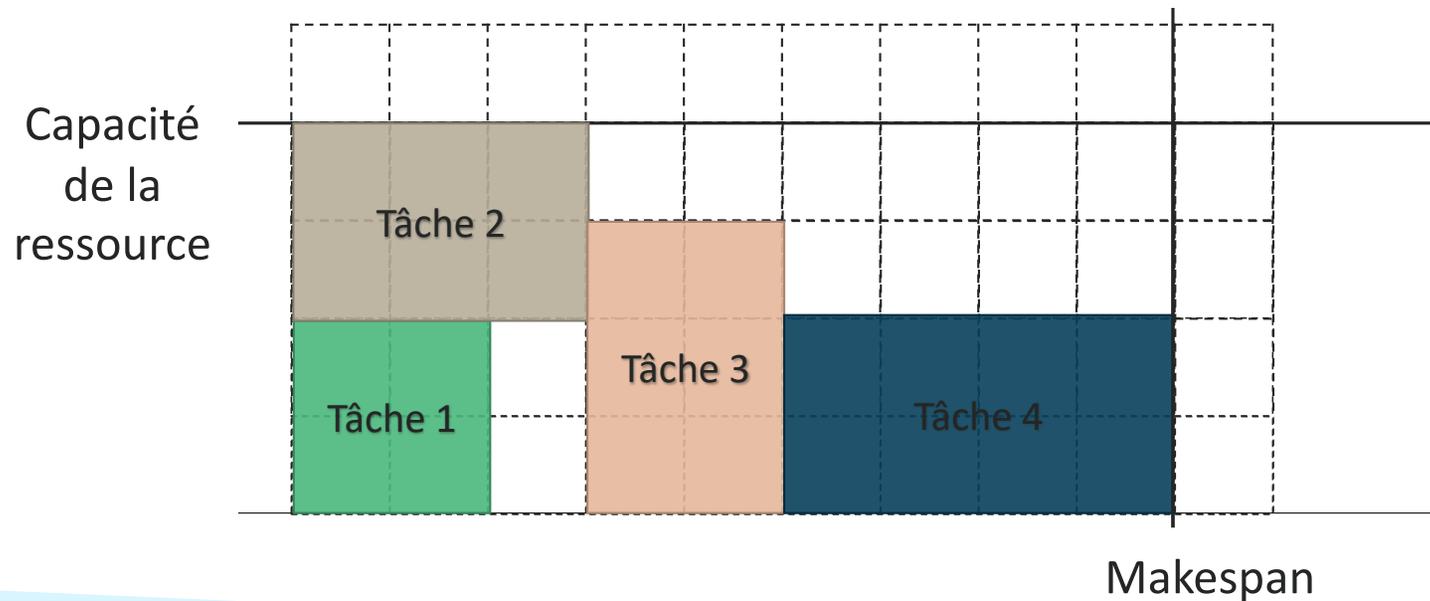
**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Plan de production



“What if”

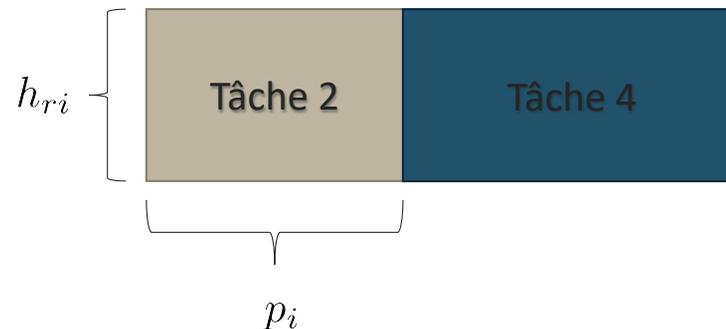
- En analysant la solution retourné par le solveur, nous pouvons avoir plusieurs questions.



Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)

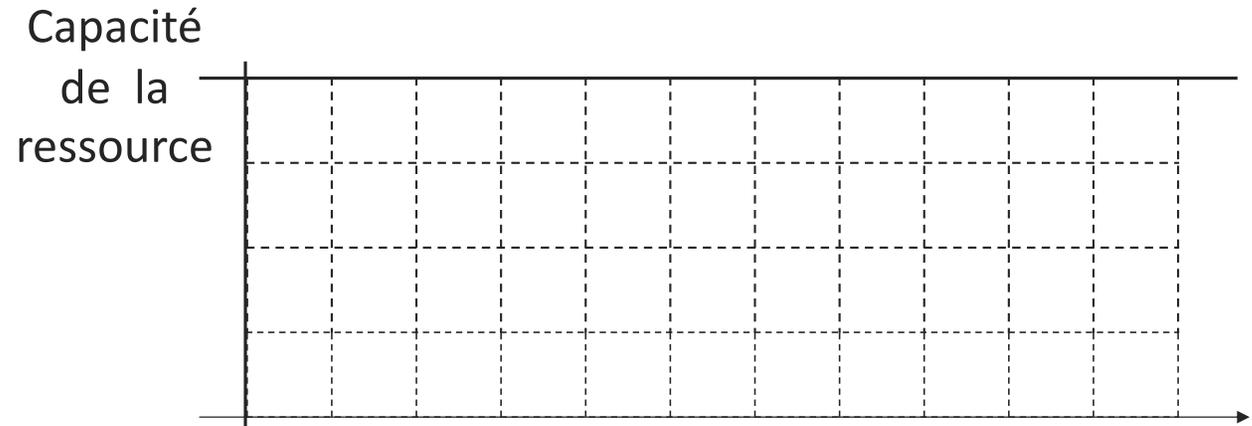
- Tâches

- Temps d'exécution p_i
- Quantité de ressources requises h_{ri}
- Temps de début S_i
- Précédences entre les tâches $S_i + p_i \leq S_j$

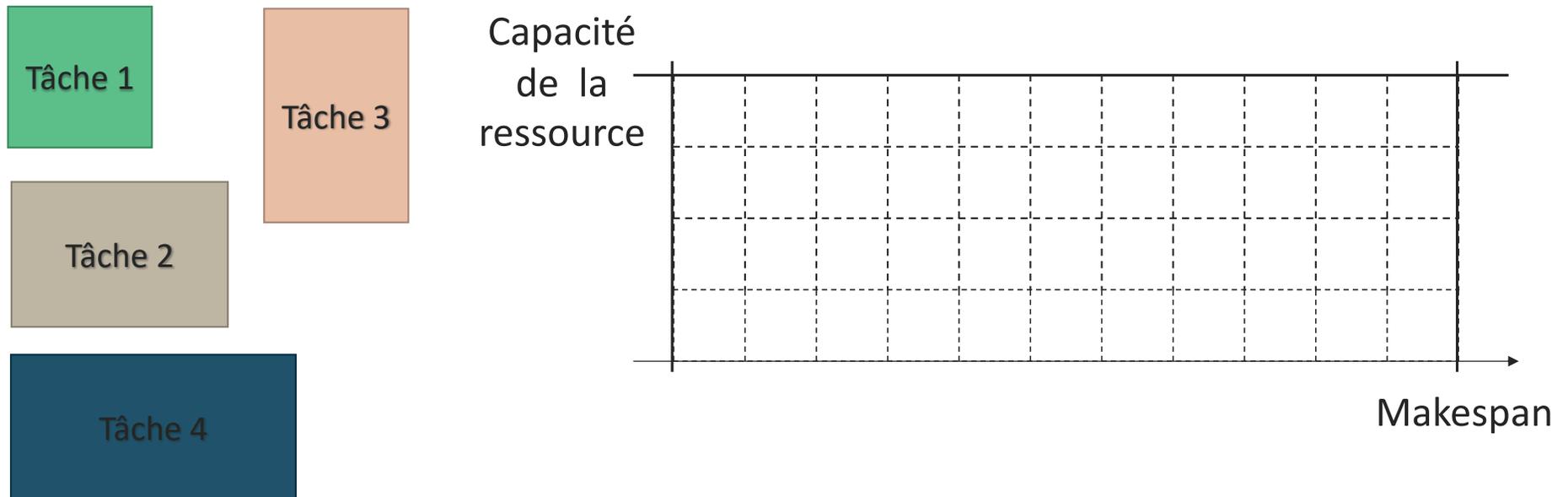


Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)

- Ressources
 - Capacité



Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)



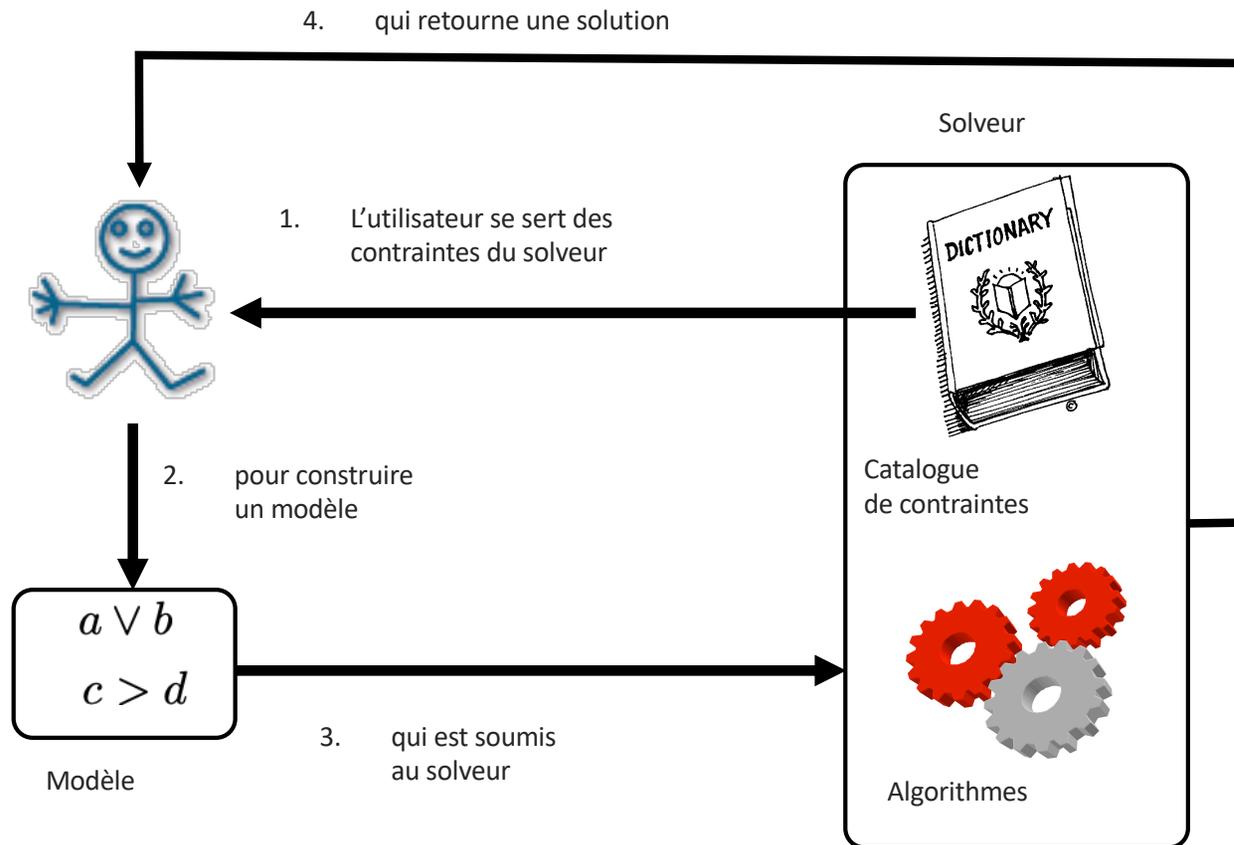
- Minimiser le temps pour terminer toutes les tâches (Makespan) tout en respectant les précédences et la capacité des ressources



Programmation par contraintes

- C'est une technique de résolution de problèmes combinatoires.
- L'utilisateur décrit son problème en utilisant un langage informatique.
- Un solveur résout le problème.
- L'utilisateur n'a pas à dire comment résoudre le problème.





Modèle pour le problème RCPSP

Ensembles I : ensembles des tâches

R : ensembles des ressources

Q : ensembles des précédences entre les tâches

Paramètres t_{\max} : horizon de planification

p_i : temps d'exécution de la tâche i

h_{ri} : nombre de ressources r nécessaire pour l'exécution de la tâche i

c_r : capacité de la ressource r

Variables $S_i \in \{0, \dots, t_{\max}\} \quad \forall i \in I$

$M \in \{0, \dots, t_{\max}\}$

Contraintes $S_i + p_i \leq S_j \quad \forall (i, j) \in Q$

$Cumulative(S, p, h_r, c_r) \quad \forall r \in R$

$S_i + p_i \leq M \quad \forall i \in I$

minimiser M



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2, 3\}$

$Z \in \{2, \dots, 15\}$

Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2, 3\}$

$Z \in \{2, \dots, 15\}$

Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$

$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$

$Y \in \{2, 3\}$

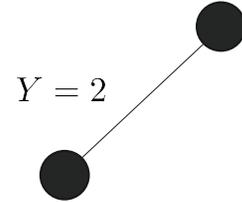
$Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, \dots, 15\}$
Contraintes $X + Y \leq Z$
 $Y \neq Z$

$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



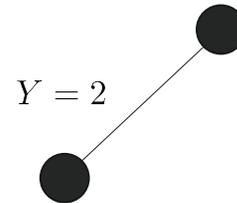
$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, \dots, 15\}$
Contraintes $X + Y \leq Z$
 $Y \neq Z$

$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2\}$
 $Z \in \{3, 4, \dots, 15\}$



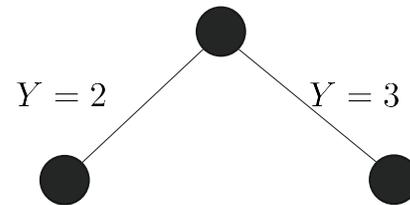
$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, \dots, 15\}$
Contraintes $X + Y \leq Z$
 $Y \neq Z$

$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2\}$
 $Z \in \{3, 4, \dots, 15\}$



$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$

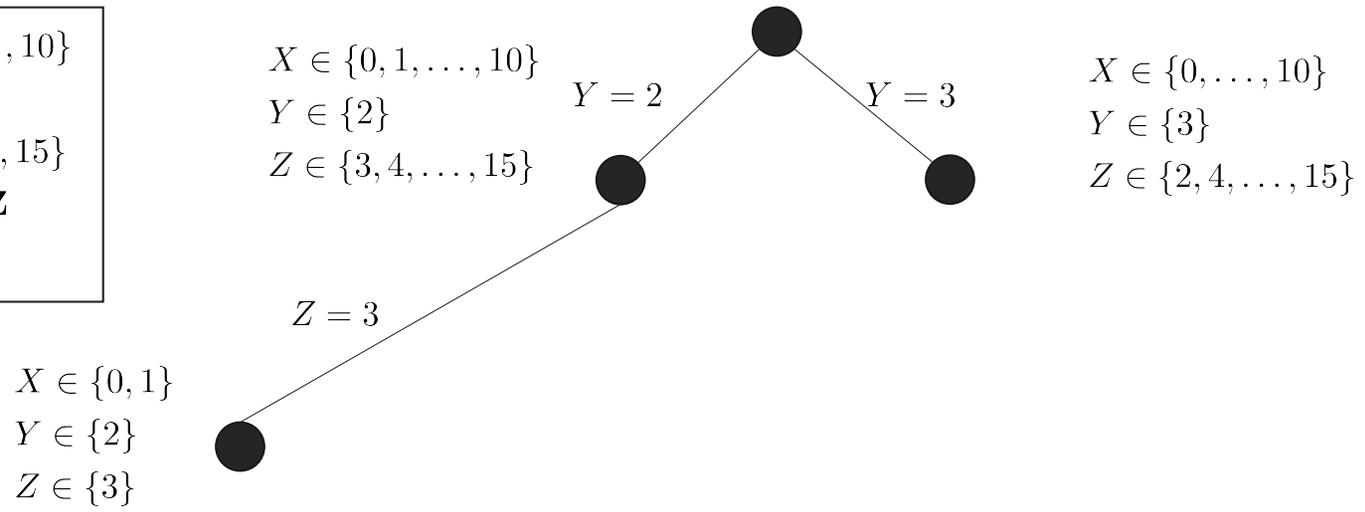
$X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{3\}$
 $Z \in \{2, 4, \dots, 15\}$



Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, \dots, 15\}$
Contraintes $X + Y \leq Z$
 $Y \neq Z$

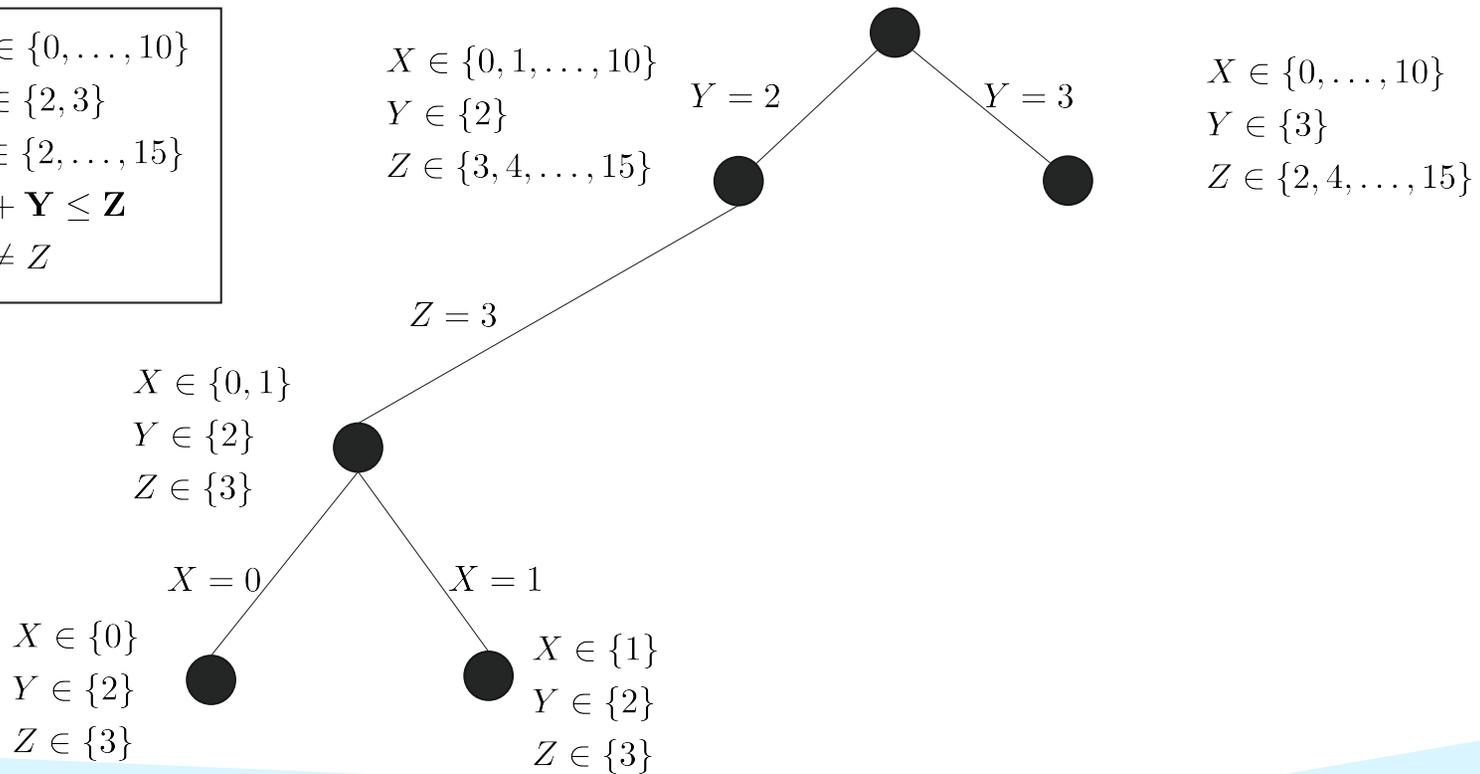
$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



Recherche dans un arbre

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, \dots, 15\}$
Contraintes $X + Y \leq Z$
 $Y \neq Z$

$X \in \{0, 1, \dots, 10\}$
 $Y \in \{2, 3\}$
 $Z \in \{2, 3, \dots, 15\}$



Génération de clauses

- Combiner un solveur de programmation par contraintes avec un solveur SAT
- Problème SAT: $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge \dots$
- Permet de prendre avantage de la modélisation haut niveau, de la compréhension de la structure du problème et la génération de clauses des solveur SAT.



Génération de clauses

- Lorsqu'une contrainte filtre ou détecte un conflit, elle doit expliquer la raison à l'aide d'une clause

Variabes $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2, 3\}$

$Z \in \{2, \dots, 15\}$

Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$



Génération de clauses

- Lorsqu'une contrainte filtre ou détecte un conflit, elle doit expliquer la raison à l'aide d'une clause

Variabes $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2, 3\}$

$Z \in \{2\}$

Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$



Génération de clauses

- Lorsqu'une contrainte filtre ou détecte un conflit, elle doit expliquer la raison à l'aide d'une clause

Variation $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2\}$

$Z \in \{2\}$

$$\llbracket X \geq 0 \rrbracket \wedge \llbracket Z \leq 2 \rrbracket \implies \llbracket Y \leq 2 \rrbracket$$

Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$



Génération de clauses

- Lorsqu'une contrainte filtre ou détecte un conflit, elle doit expliquer la raison à l'aide d'une clause

Variables $X \in \{0, \dots, 10\}$

$Y \in \{2\}$

$Z \in \{2\}$

$\llbracket Y = 2 \rrbracket \wedge \llbracket Z = 2 \rrbracket \implies \text{faux}$

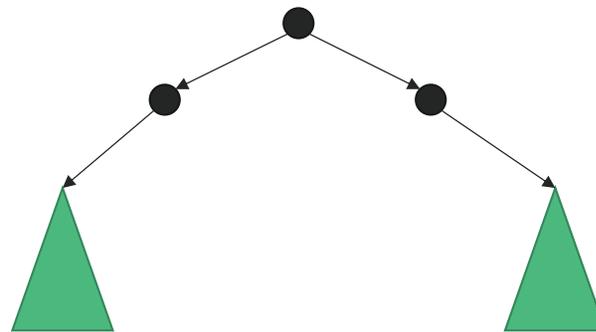
Contraintes $X + Y \leq Z$

$Y \neq Z$

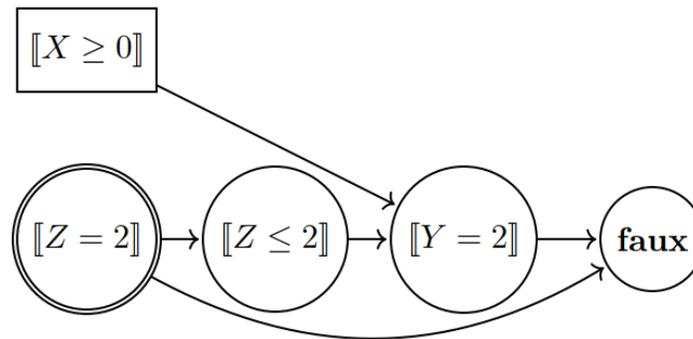


Apprentissage de clauses

- Après la détection d'un conflit, le solveur crée une clause à partir des clauses générées par les contraintes
- Évite de faire les mêmes mauvais choix lors de l'exploration d'une autre partie de l'arbre de recherche



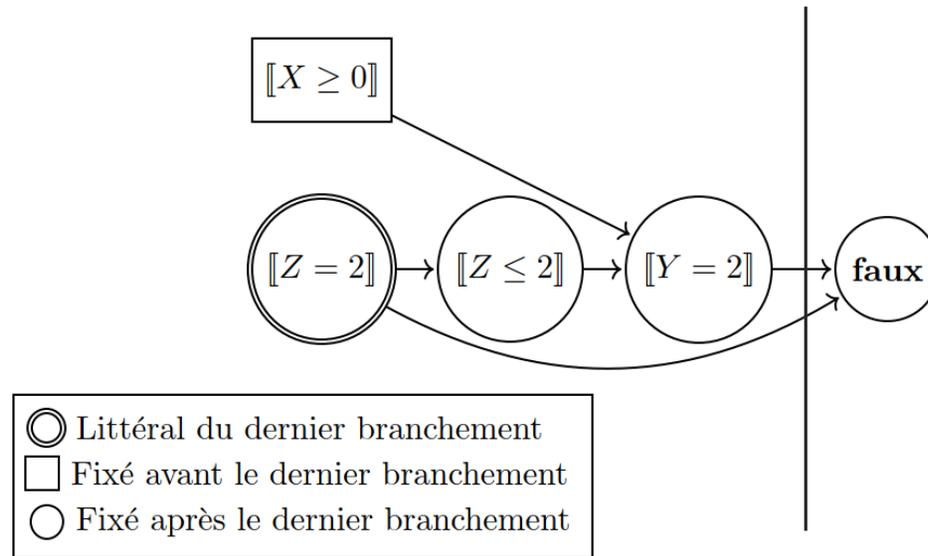
Apprentissage de clauses



- Littéral du dernier branchement
- Fixé avant le dernier branchement
- Fixé après le dernier branchement



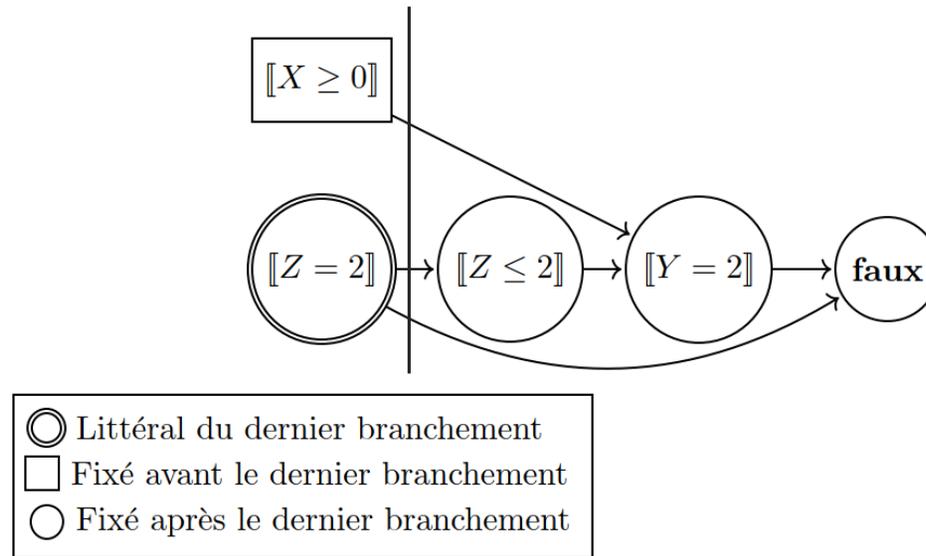
Apprentissage de clauses



$$\neg[Y = 2] \vee \neg[Z = 2]$$



Apprentissage de clauses

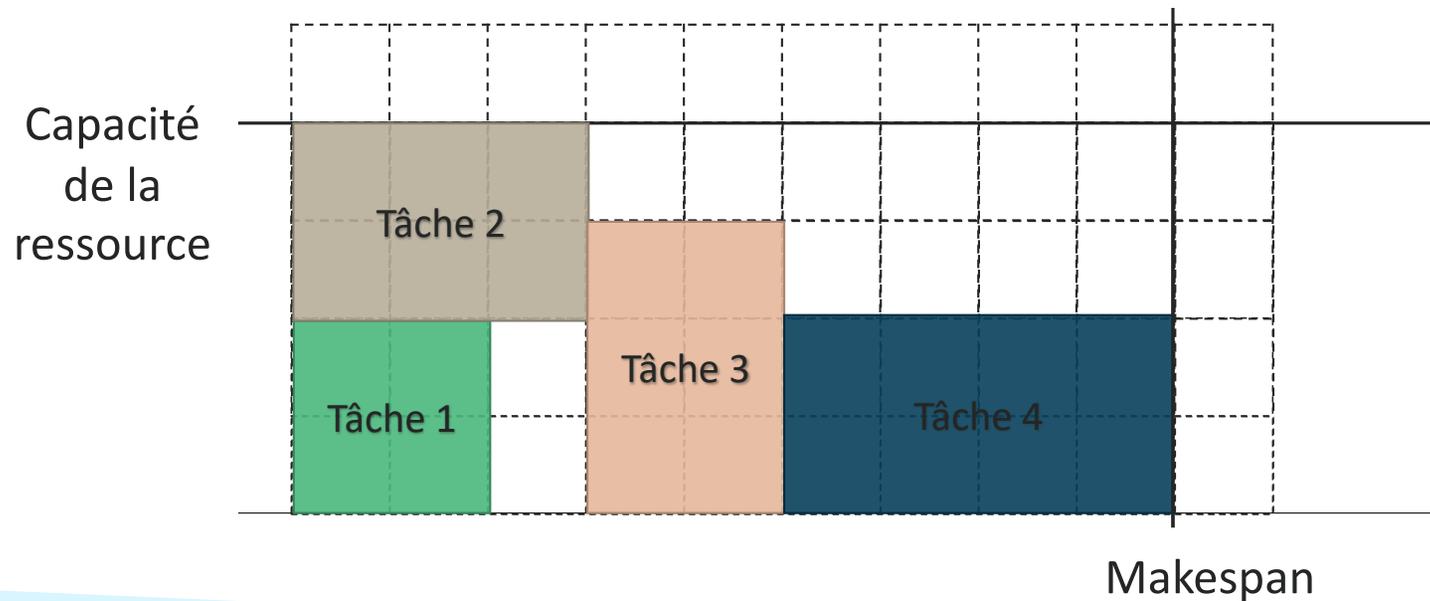


$$\neg[[X \geq 0]] \vee \neg[[Z = 2]]$$



“What if”

- En analysant la solution retourné par le solveur, nous pouvons avoir plusieurs questions.



Analyse de sensibilité

- Étude de l'impact sur la solution de changer la valeur d'un paramètre du problème
- Peu de méthode existe pour l'analyse de sensibilité en programmation par contraintes



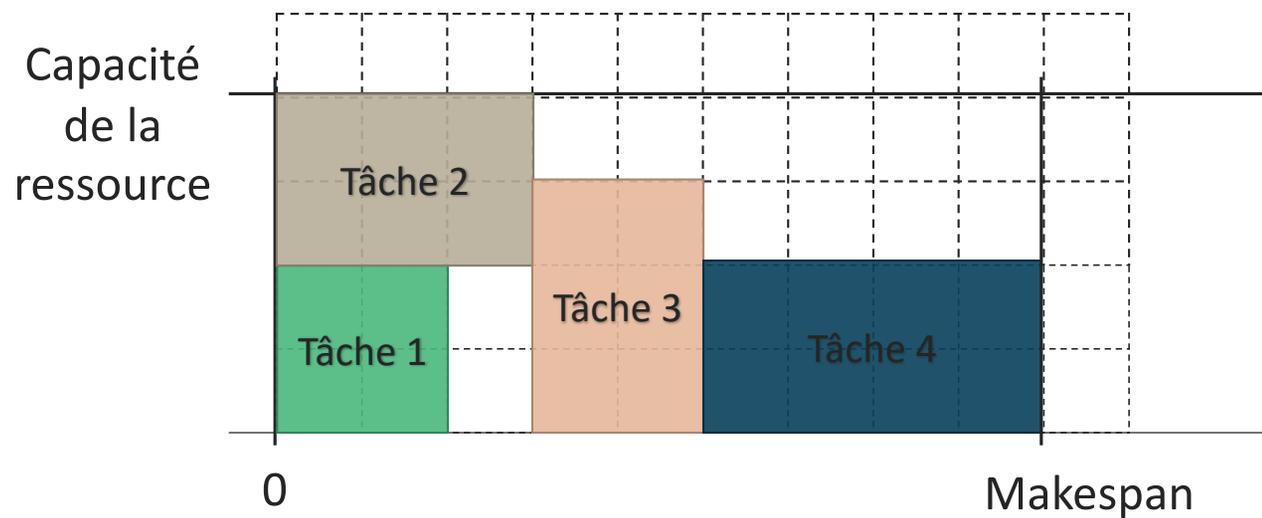
Question 1

- Prédire l'impact sur le makespan d'augmenter/diminuer la capacité d'une ressource



Question 2

- Prédire l'impact sur le makespan de finir une tâche plus tôt

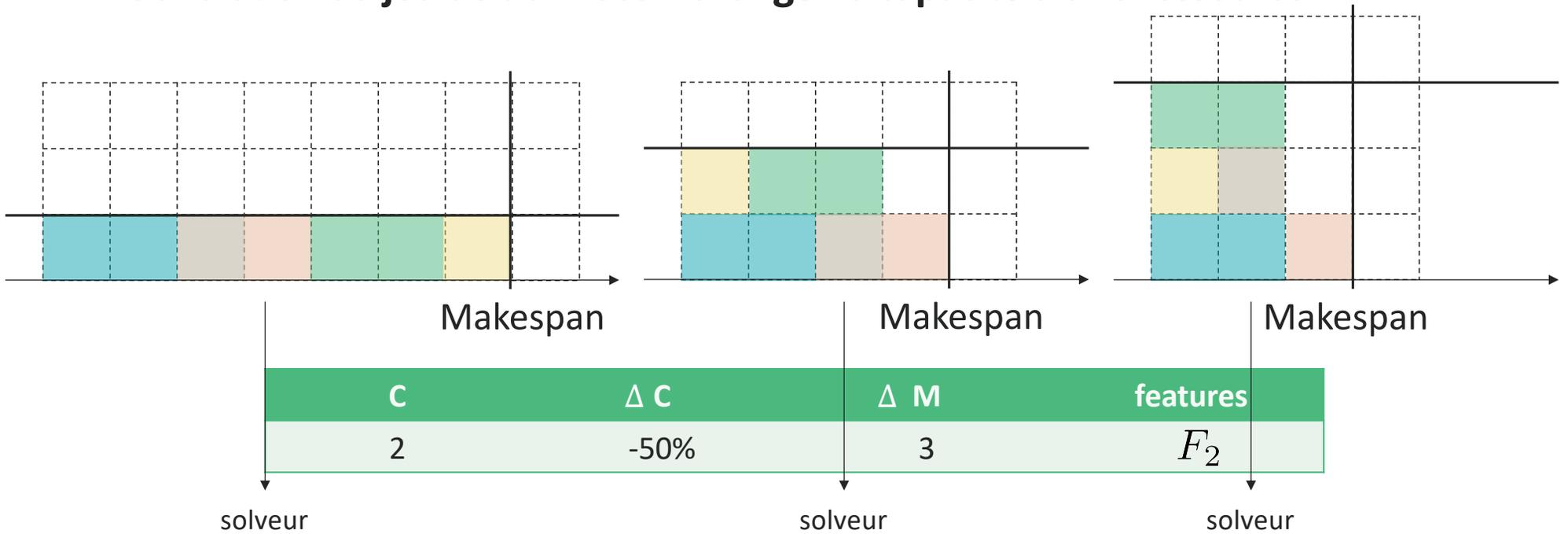


Stratégie

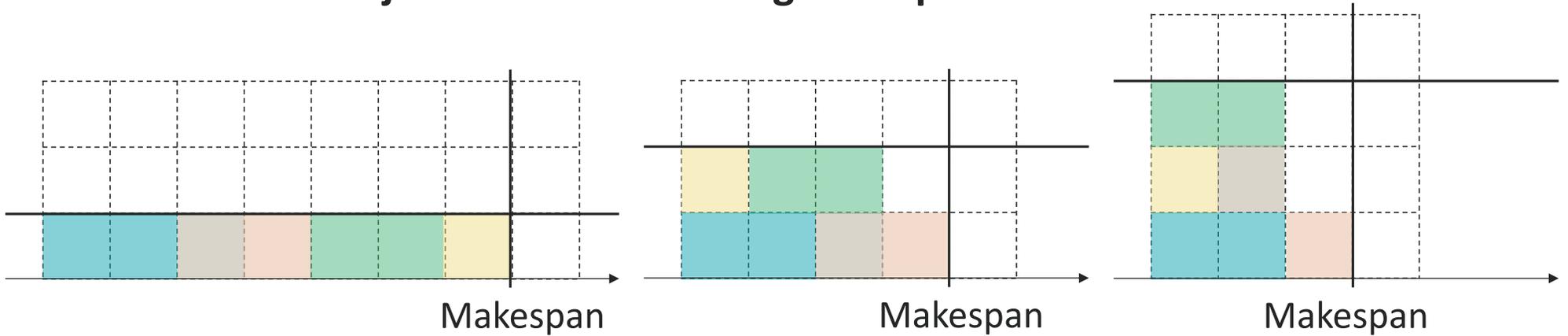
- Machine learning
 - Forêt aléatoire
- S'entraîner sur les instances passées pour répondre aux questions de l'instance courante
- Features
 - Features par rapport à la solution
 - Features par rapport à la recherche
 - Features par rapport à l'instance du problème



Génération du jeu de données – changer la capacité d’une ressource



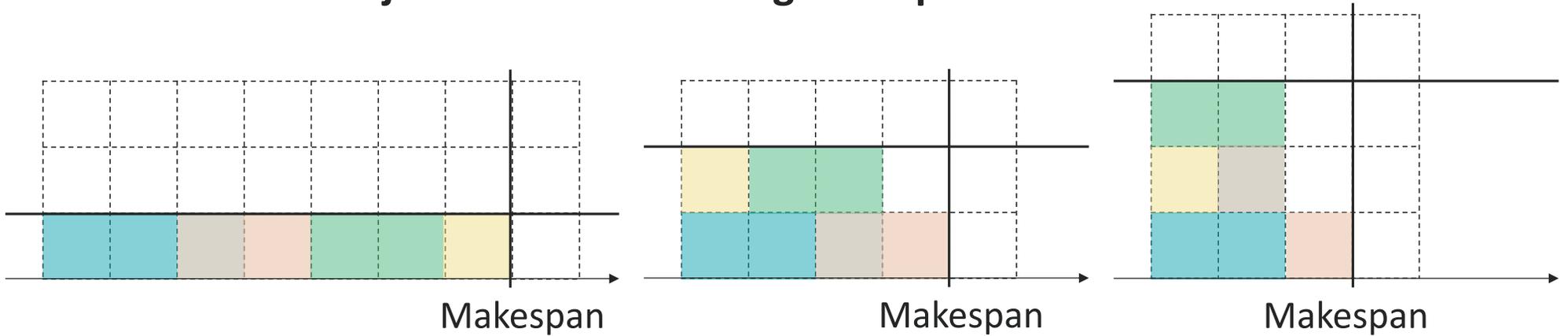
Génération du jeu de données – changer la capacité d’une ressource



C	ΔC	ΔM	features
2	-50%	3	F_2
2	+50%	-1	F_2



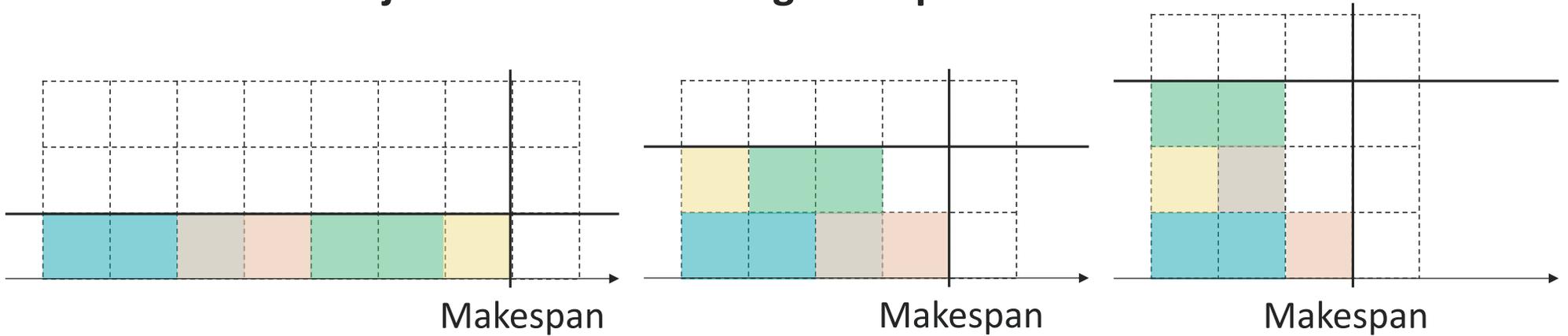
Génération du jeu de données – changer la capacité d’une ressource



C	ΔC	ΔM	features
2	-50%	3	F_2
2	+50%	-1	F_2
1	+100%	-3	F_1



Génération du jeu de données – changer la capacité d'une ressource



C	ΔC	ΔM	features
2	-50%	3	F_2
2	+50%	-1	F_2
1	+100%	-3	F_1
1	+300%	-4	F_1



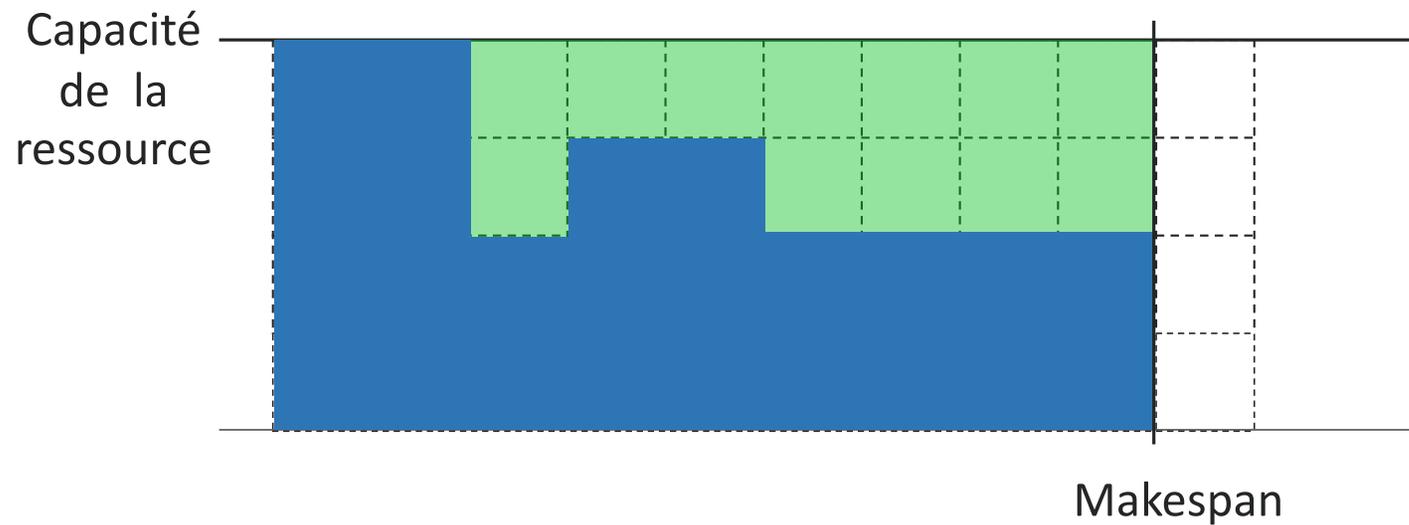
Génération du jeu de données – terminer une tâche plus tôt

- Pour chaque instance historique, nous trouvons une solution au problème original
- Pour chaque tâche qui n'a pas de successeur, nous forçons cette tâche à terminer plus tôt



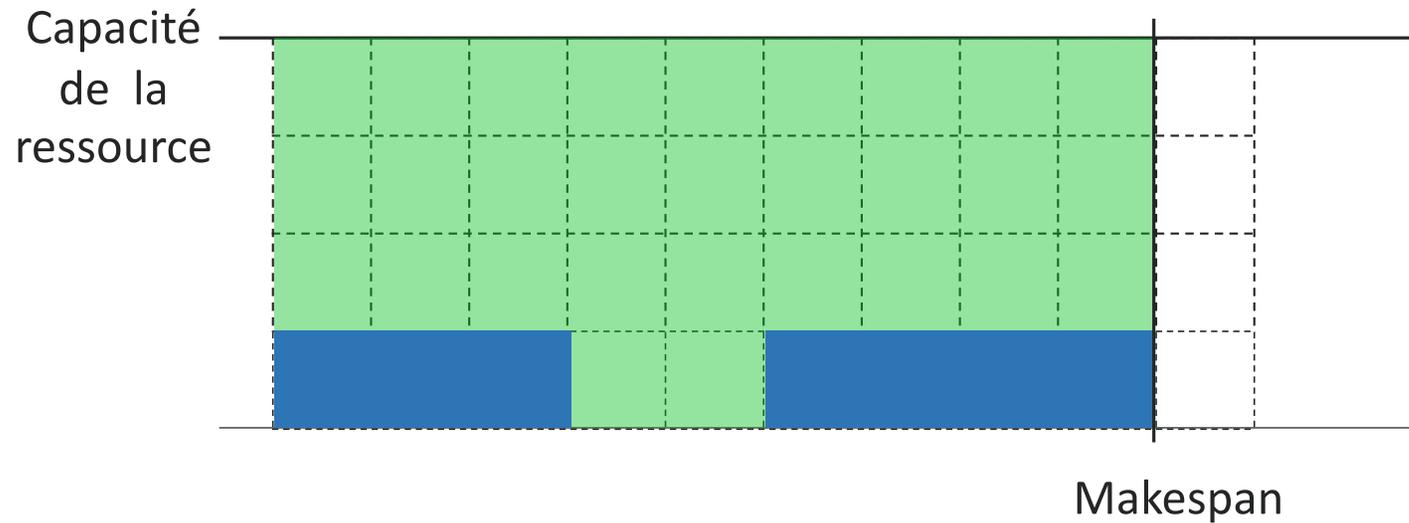
Features par rapport à la solution

- Ratio d'utilisation de la ressource



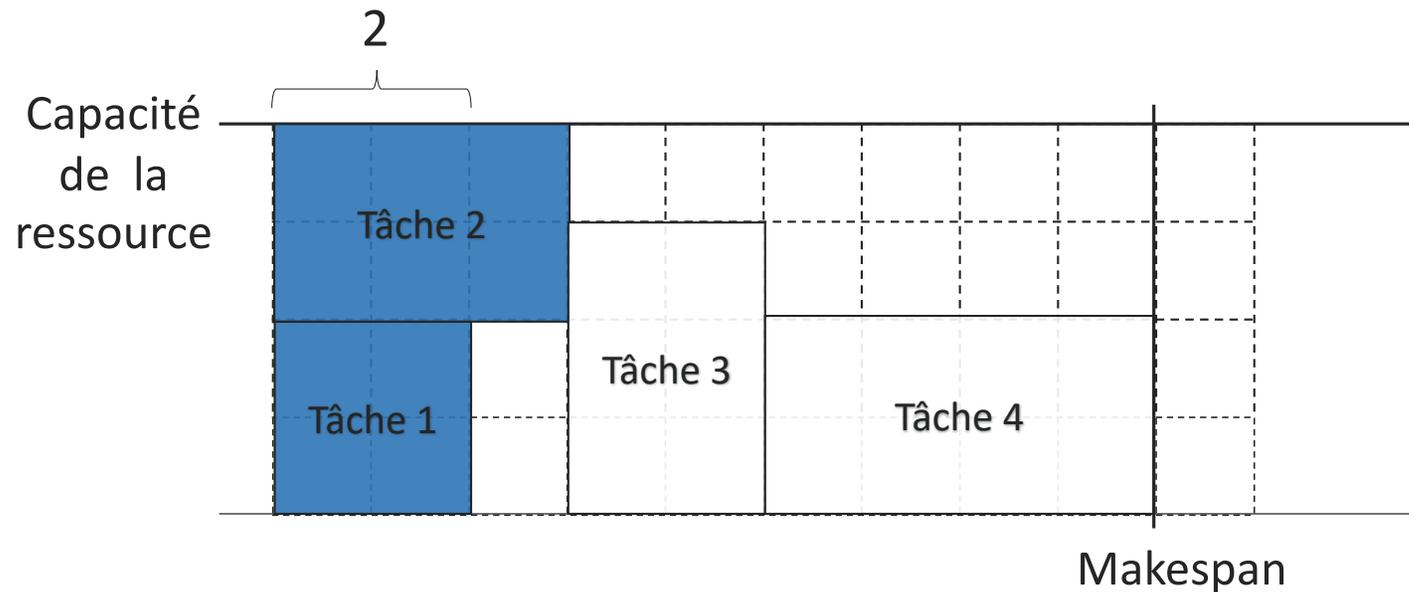
Features par rapport à la solution

- Ratio d'utilisation de la ressource



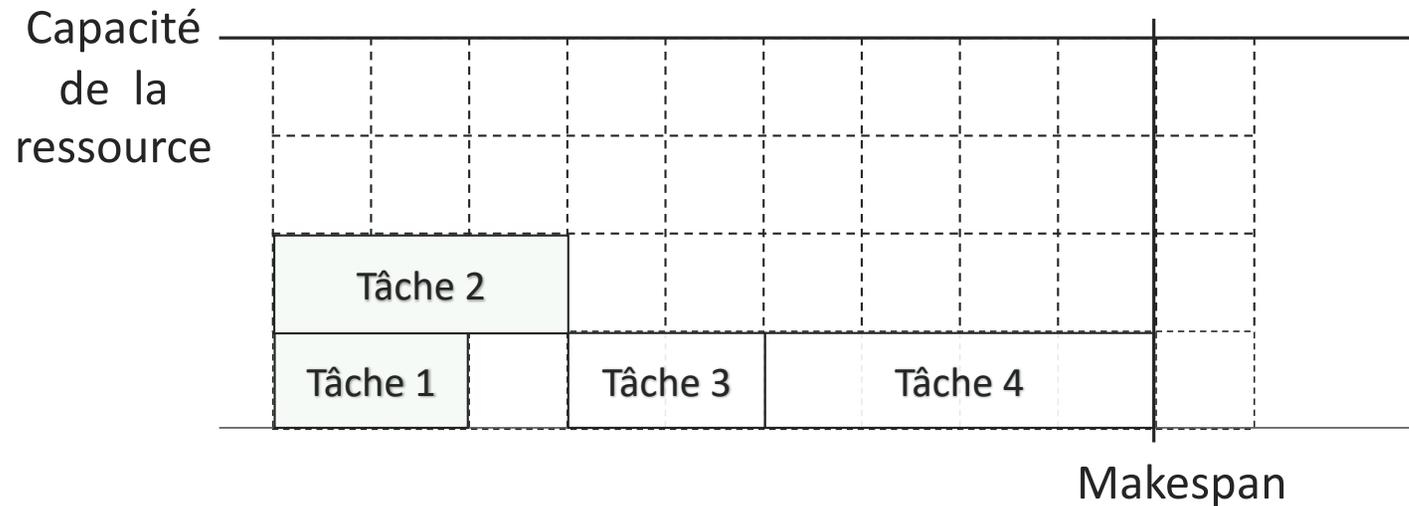
Features par rapport à la solution

- Duration pour laquelle la ressource est utilisée à pleine capacité



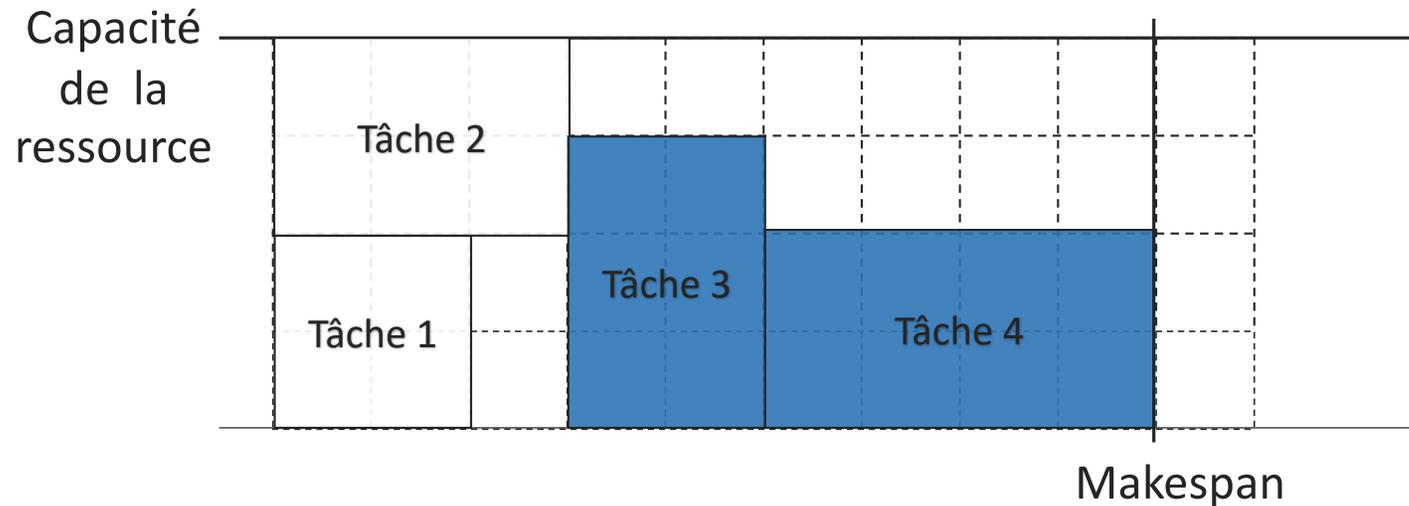
Features par rapport à la solution

- Duration pour lequel la ressource est utilisée à pleine capacité



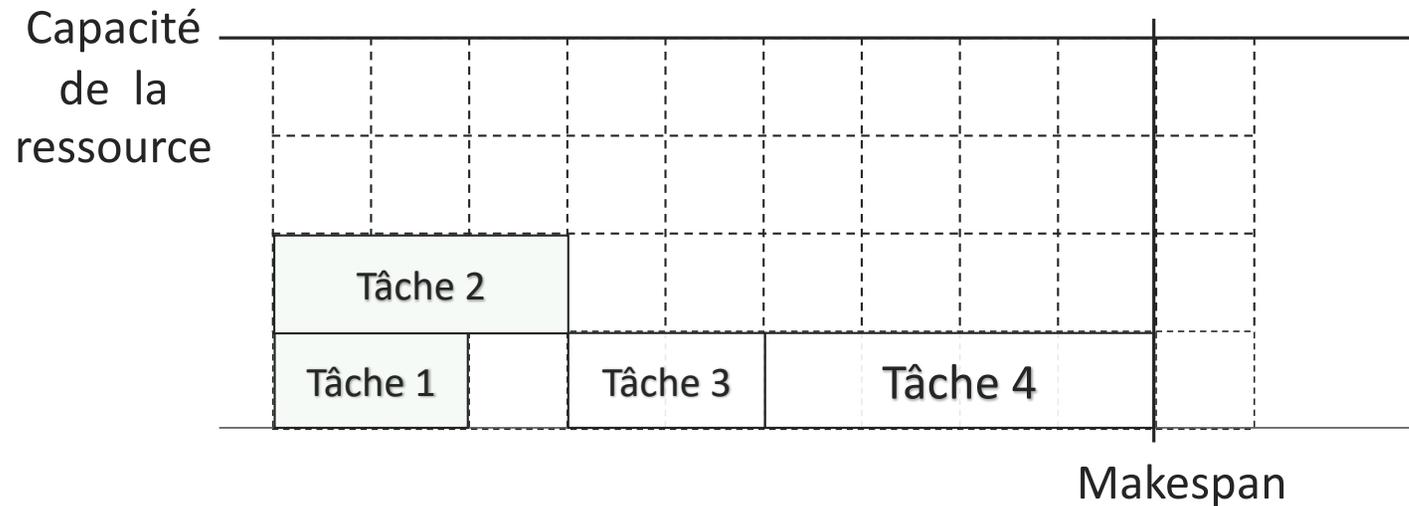
Features par rapport à la solution

- Nombre de tâches qui attend pour la disponibilité de la ressource pour commencer



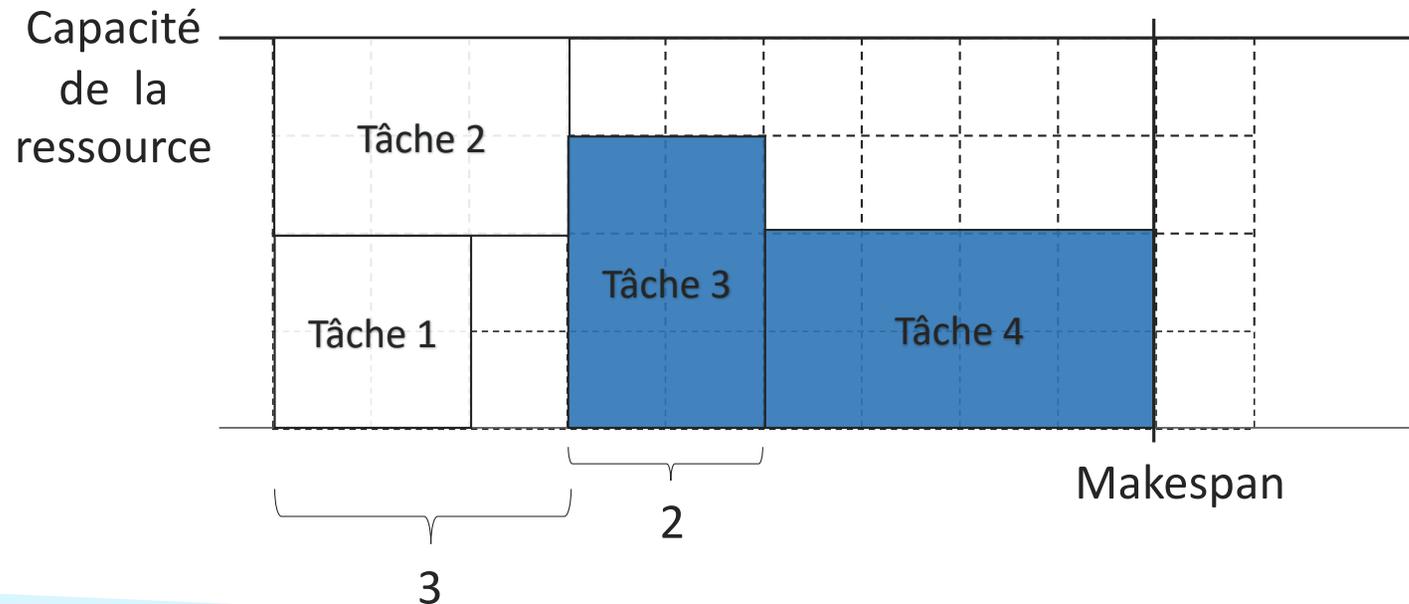
Features par rapport à la solution

- Nombre de tâches qui attend pour la disponibilité de la ressource pour commencer



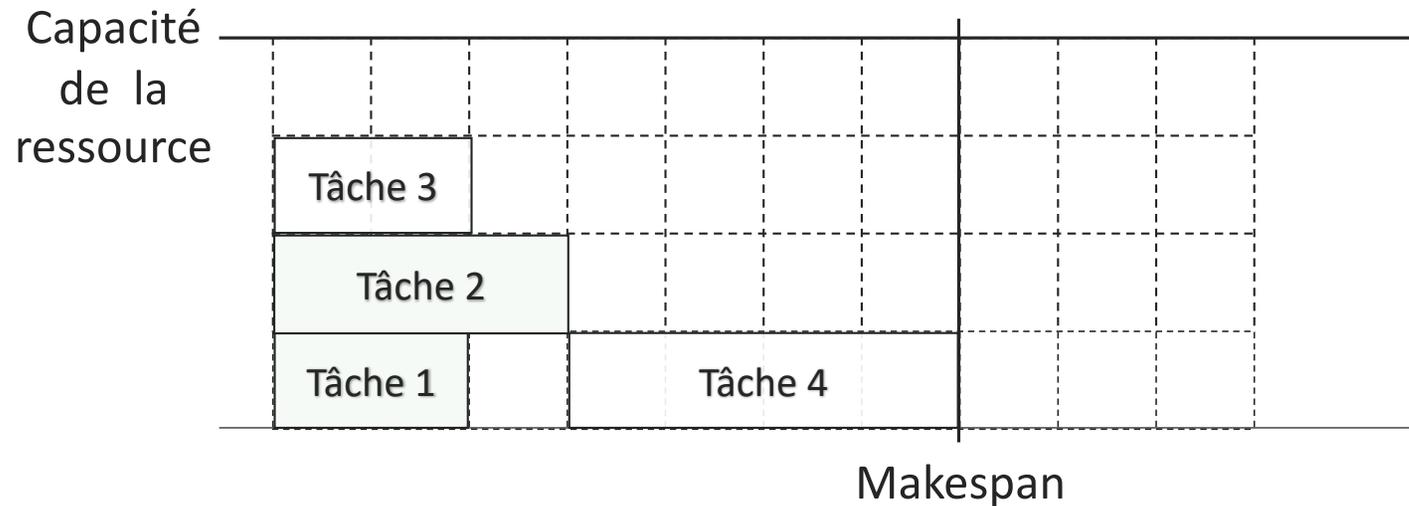
Features par rapport à la solution

- La duration du temps d'attente des tâches qui attend pour la disponibilité de la ressource pour commencer



Features par rapport à la solution

- La duration du temps d'attente des tâches qui attend pour la disponibilité de la ressource pour commencer



Features par rapport à la solution

- Features pour prédire l'impact sur la solution de terminer une tâche plus tôt
 - Nombre de tâches terminant avant la tâche qu'on veut devancer
 - Makespan



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**

Features par rapport à la recherche

- Récolter des informations sur les contraintes représentant les ressources (Cumulative)
- Features pour chaque contrainte:
 - Nombre de fois que la contrainte a filtré le domaine de la variable
 - La quantité de filtrage



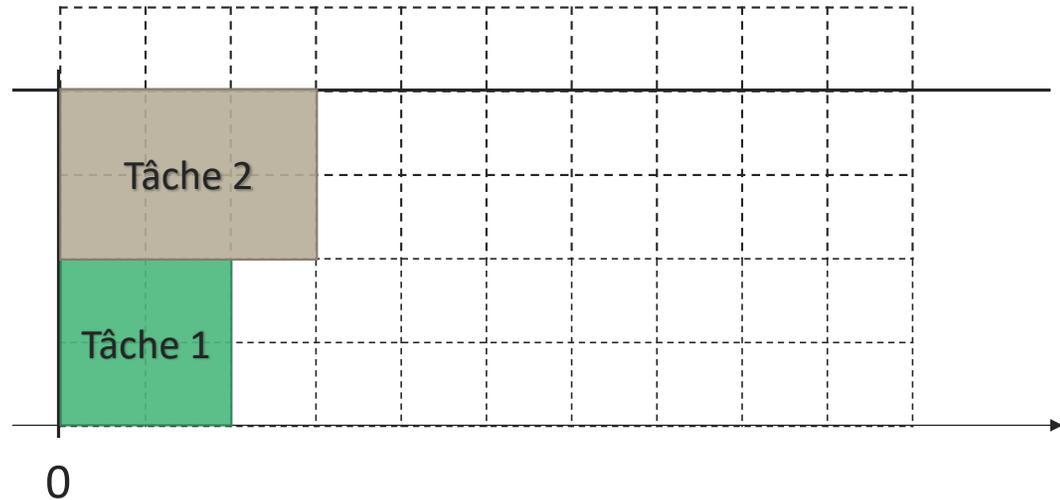
Features par rapport à la recherche

Nombre de filtrage: 0

Quantité de filtrage: 0



Capacité
de la
ressource



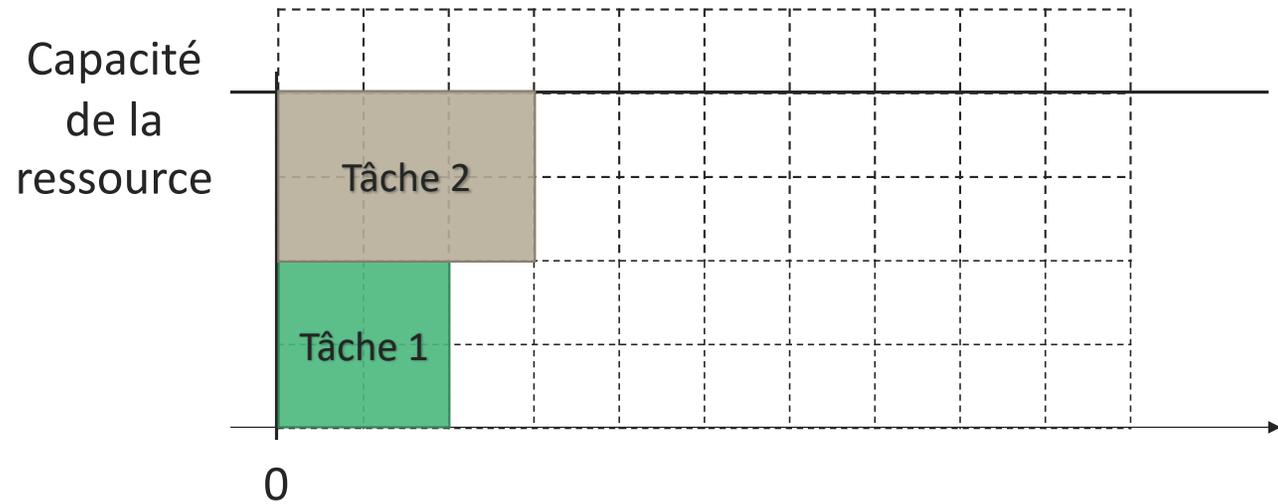
$$S_3 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



Features par rapport à la recherche

Nombre de filtrage: 1

Quantité de filtrage: 3



$S_3 \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$



CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0

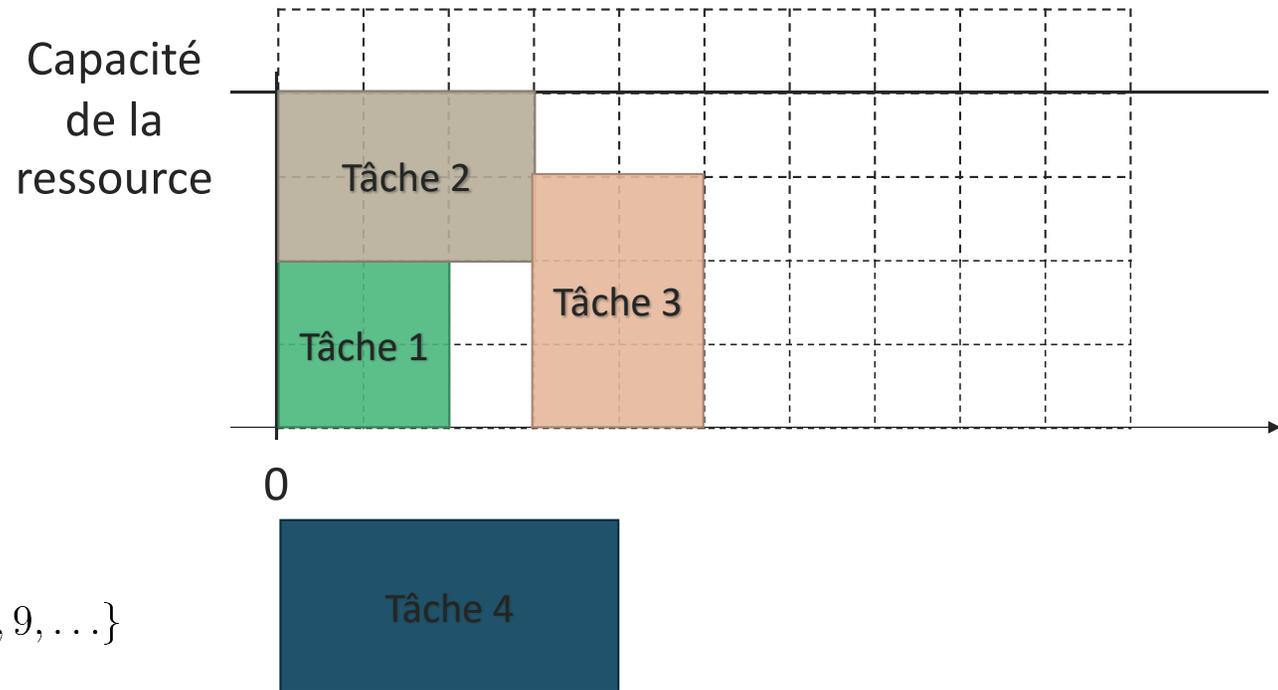


UNIVERSITÉ
LAVAL

Features par rapport à la recherche

Nombre de filtrage: 1

Quantité de filtrage: 3



$$S_4 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0

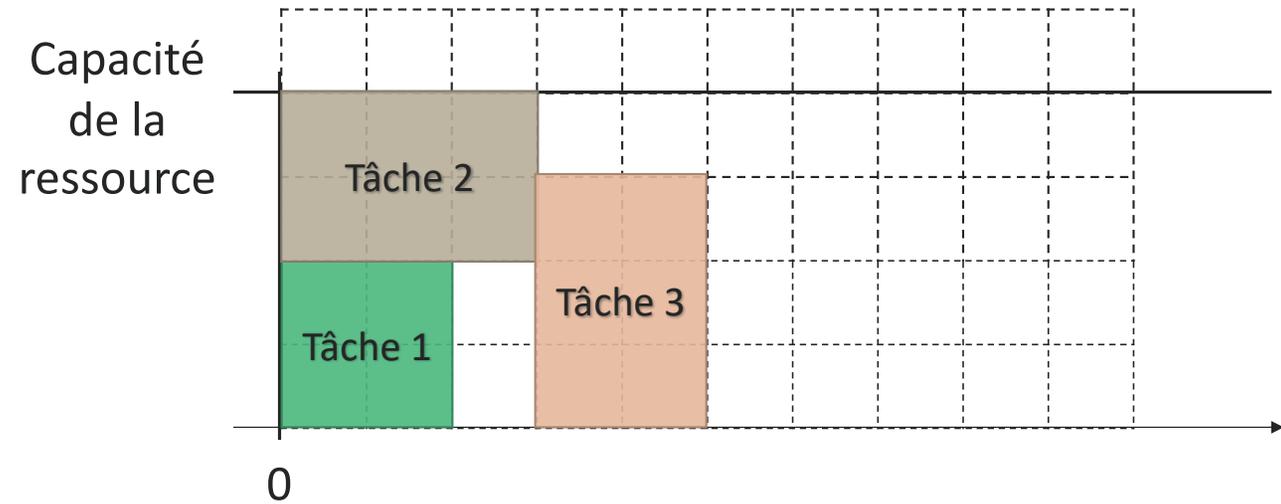


UNIVERSITÉ
LAVAL

Features par rapport à la recherche

Nombre de filtrage: 2

Quantité de filtrage: 8



$S_4 \in \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$



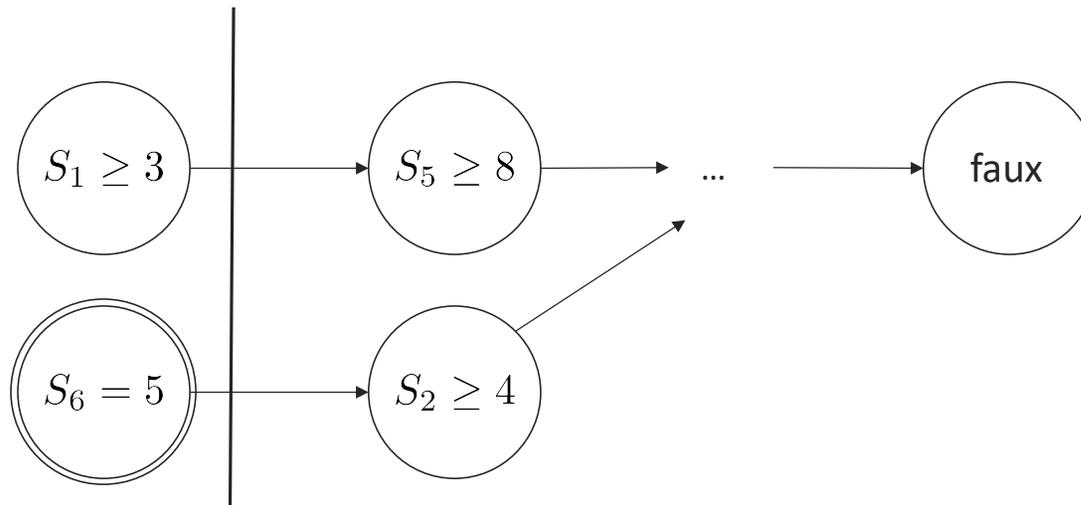
CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0



UNIVERSITÉ
LAVAL

Features par rapport à la recherche

Cumulative

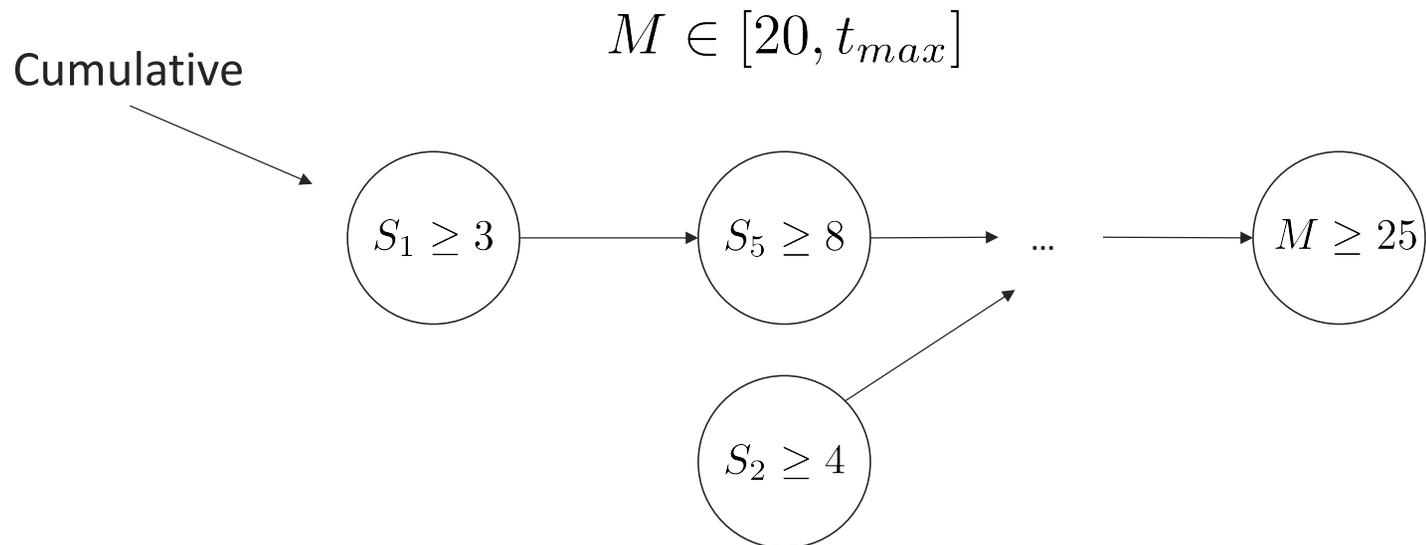


$$\neg[S_1 \geq 3] \vee \neg[S_6 = 5]$$



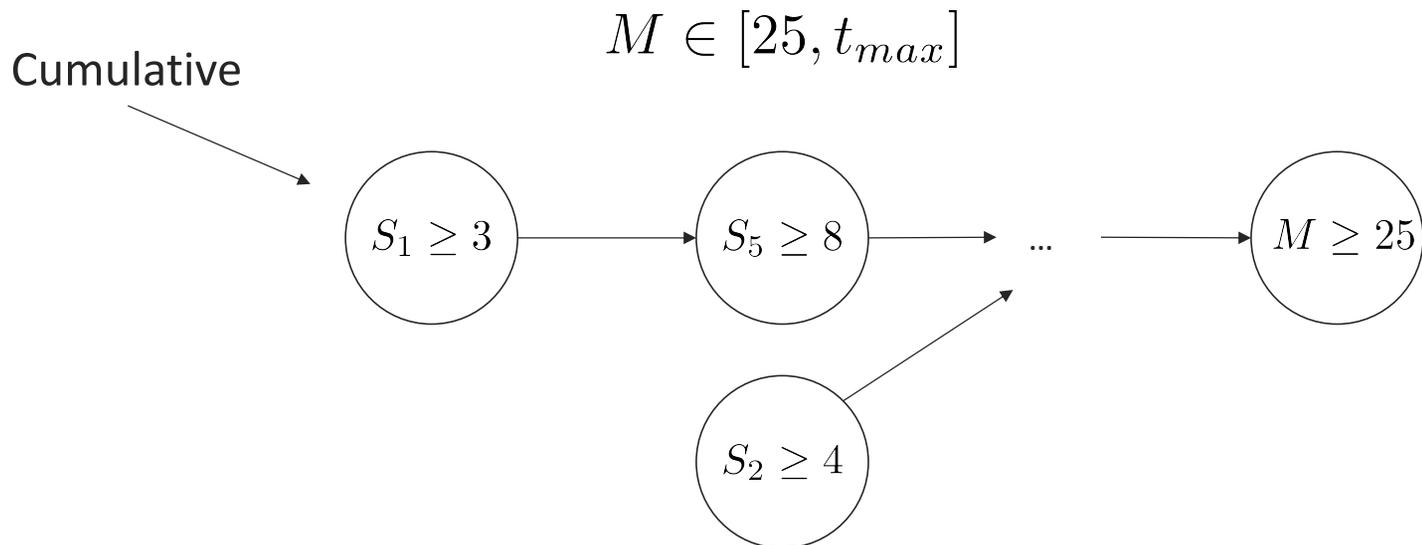
Features par rapport à la recherche

- Features par rapport au filtrage de la valeur objective



Features par rapport à la recherche

- Features par rapport au filtrage de la valeur objective



Features par rapport à la recherche

- Features par rapport au filtrage de la valeur objective
- L_r : ensemble des bornes sur la fonction objectif qui a comme explication la contrainte
- La plus petit valeur: $\min(L_r) - M$
- La plus grande valeur: $\max(L_r) - M$
- La valeur moyenne: $\text{avg}(L_r) - M$



Features par rapport à la recherche

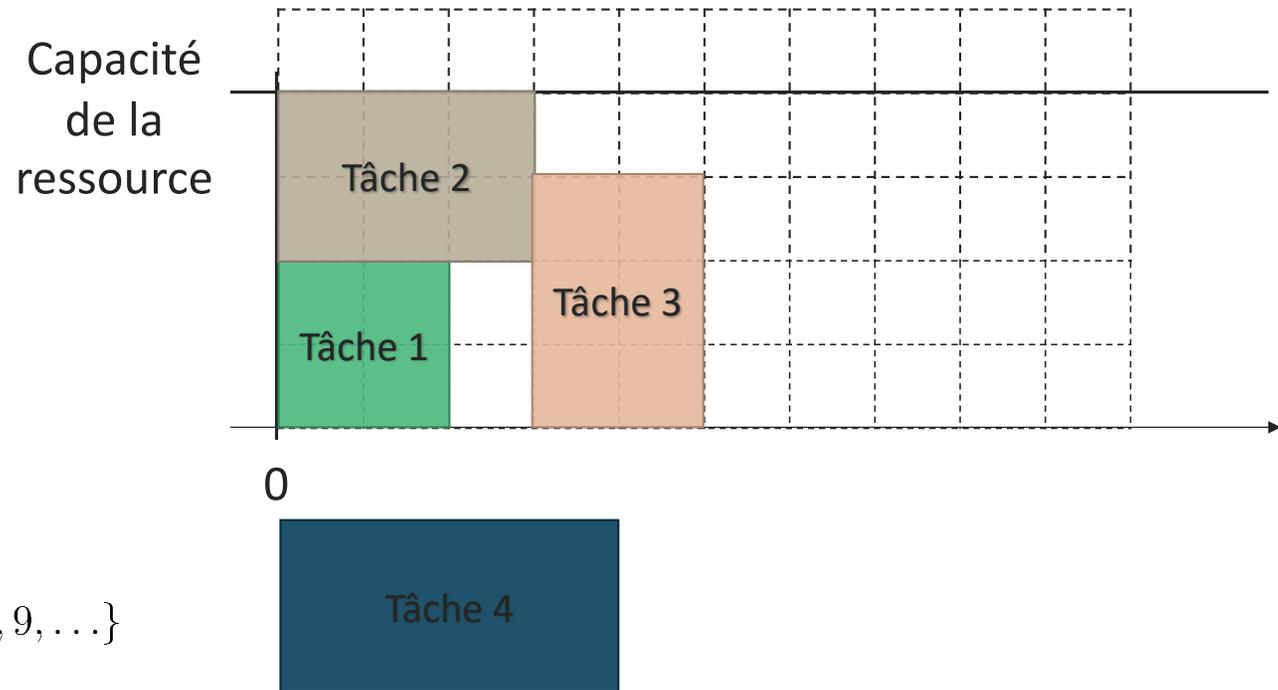
- Features pour prédire l'impact de terminer une tâche plus tôt
- Features par rapport au domaine de la variable de début de la tâche
 - Le nombre de fois que le domaine est filtré
 - Le nombre de valeurs filtrées du domaine



Features par rapport à la recherche

Nombre de fois filtré: 0

Nombre de valeurs filtrées: 0



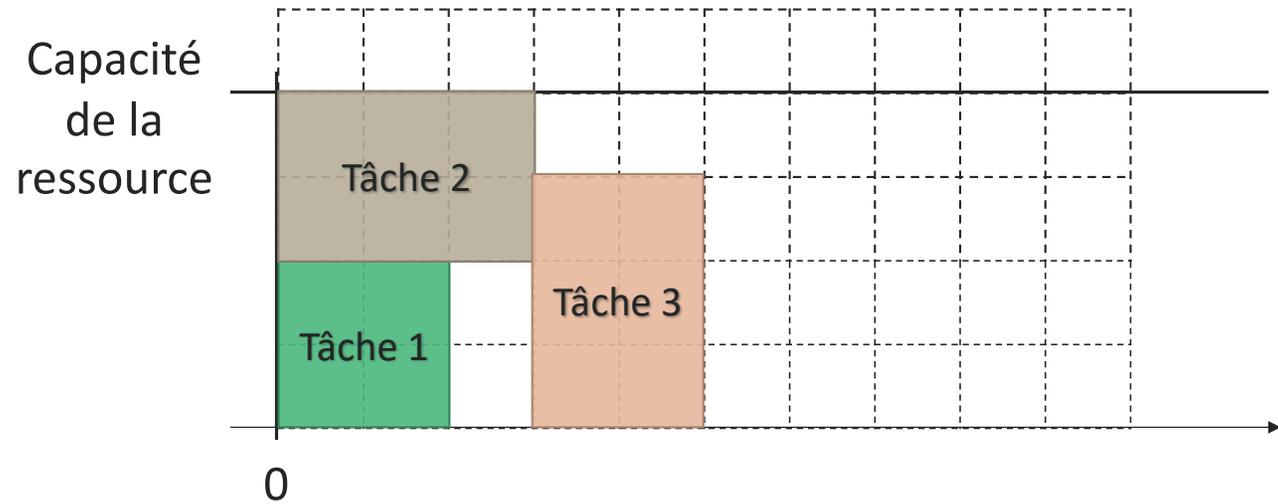
$$S_4 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



Features par rapport à la recherche

Nombre de fois filtré: 1

Nombre de valeurs filtrées: 3



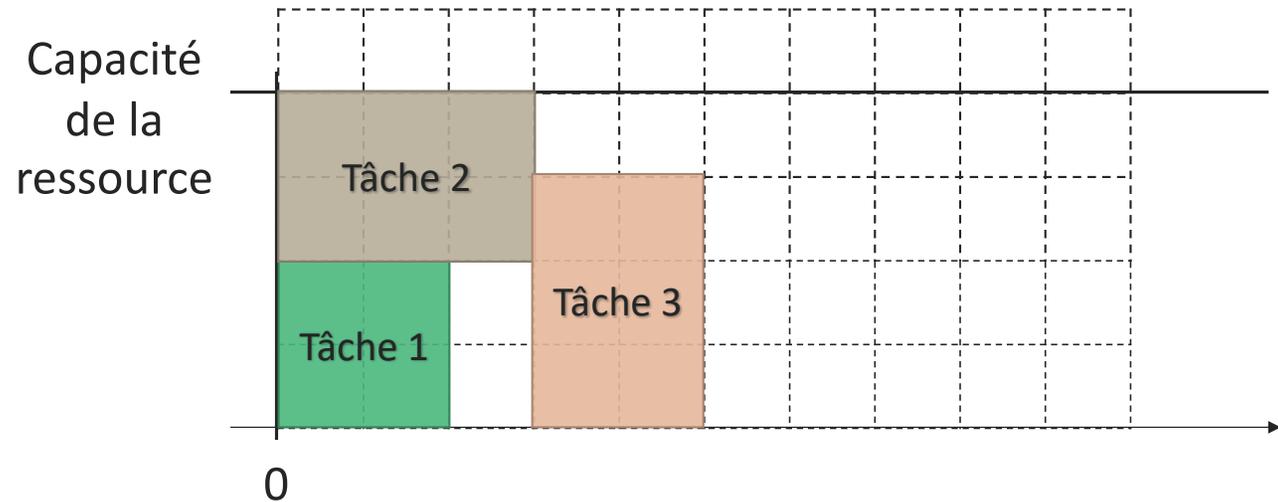
$$S_4 \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



Features par rapport à la recherche

Nombre de fois filtré: 2

Nombre de valeurs filtrées: 5



$$S_4 \in \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$



Features par rapport à l'instance du problème

- Le nombre de tâches
- La capacité de la ressource
- Features pour prédire l'impact d'augmenter ou diminuer la capacité d'une ressource
 - La nouvelle capacité de la ressource
 - Le ratio d'augmentation/diminution de la capacité de la ressource
- Features pour prédire l'impact sur la solution de terminer une tâche plus tôt
 - La différence entre le temps de fin de la tâche et la nouvelle date d'échéance



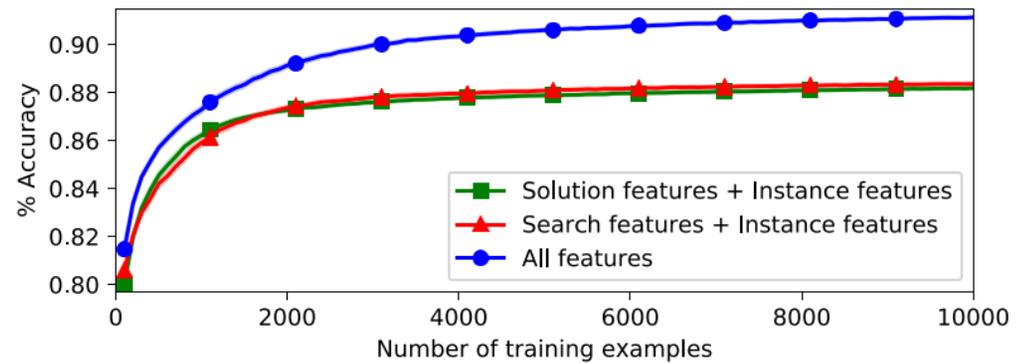
Benchmark

- PSPLib [Kolisch et Sprecher, 1997]
 - Nombre de tâches: 30, 60, 90, 120
 - 4 ressources
 - Beaucoup de précédences entre les tâches
- Pack [Carlier et Néron, 2003]
 - Entre 17 et 32 tâches
 - Entre 2 et 5 ressources
 - Moins de précédences entre les tâches que PSPLib



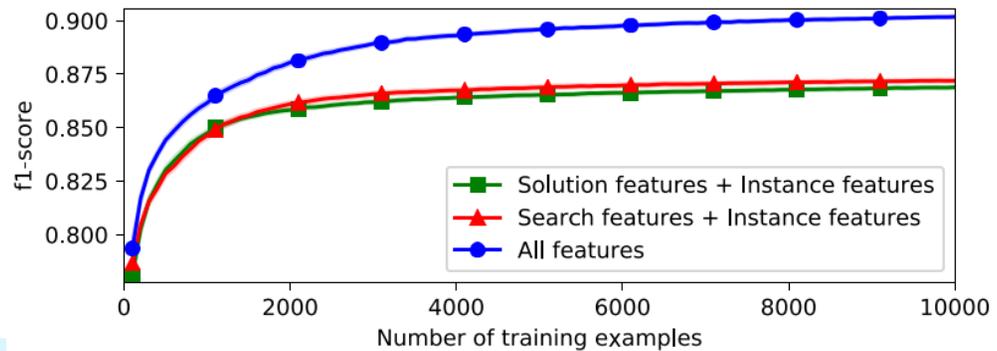
Résultats – changer la capacité de la ressource sur PSPLib

- Prédire si oui ou non, il y a un impact sur le makespan de modifier la capacité de la ressource



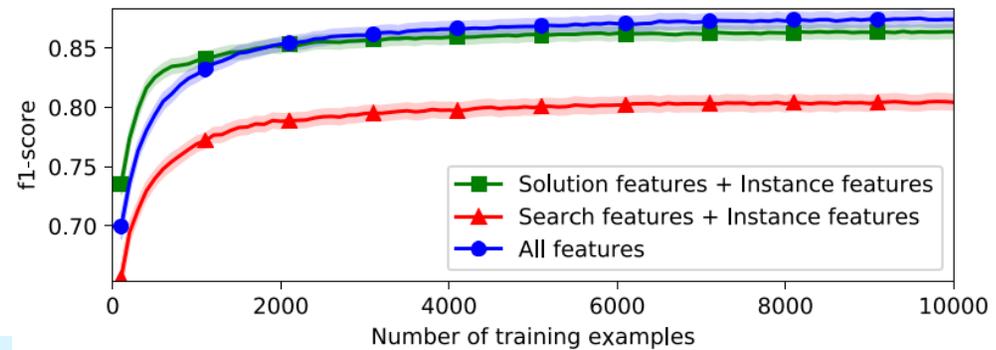
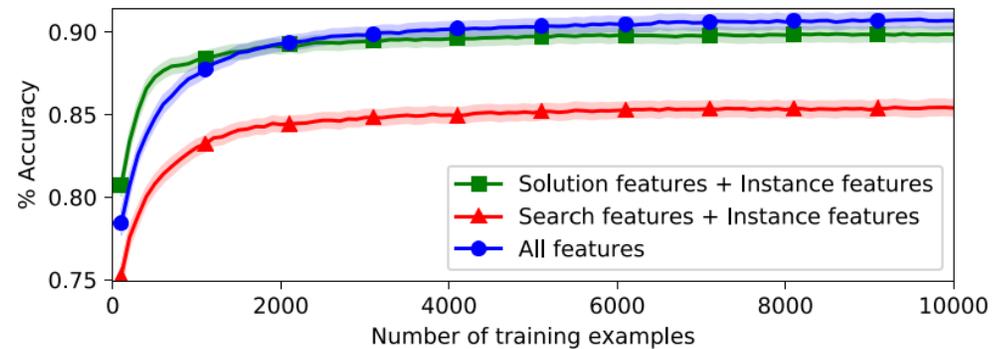
Résultats – changer la capacité de la ressource sur PSPLib

- Prédire si oui ou non, il y a un impact sur le makespan de modifier la capacité de la ressource



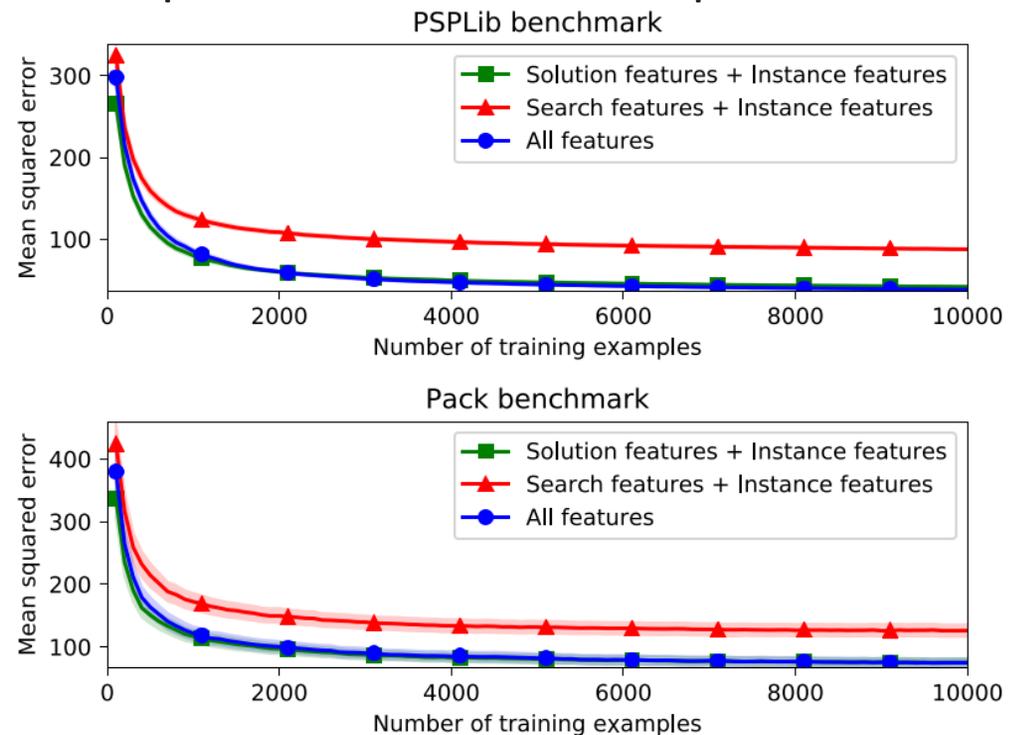
Résultats – changer la capacité de la ressource sur Pack

- Prédire si oui ou non, il y a un impact sur le makespan de modifier la capacité de la ressource



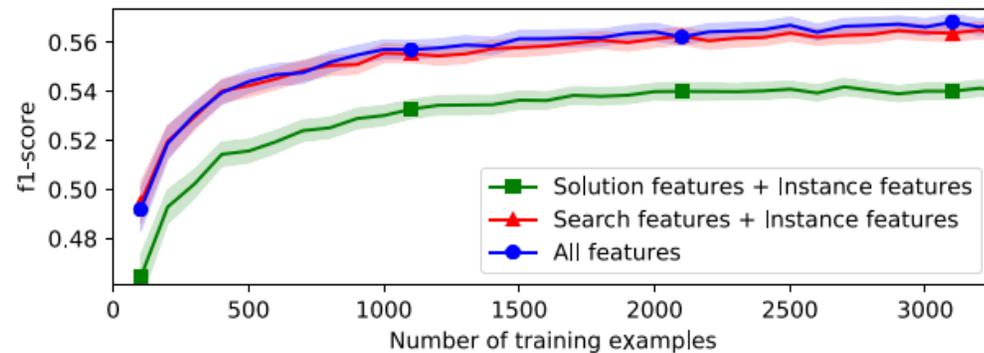
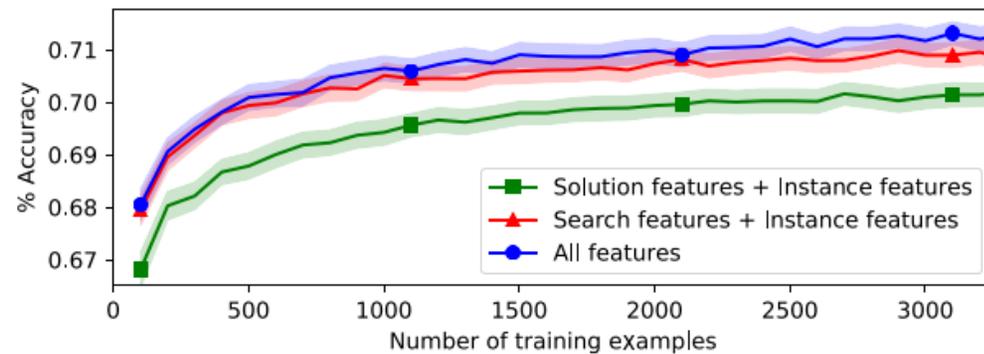
Résultats – changer la capacité de la ressource

- Prédire la différence sur le makespan en modifiant la capacité de la ressource



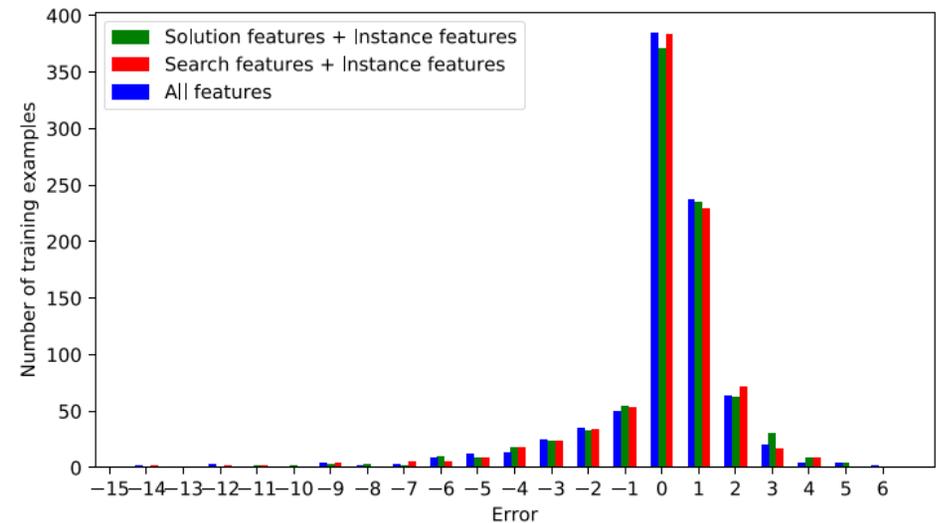
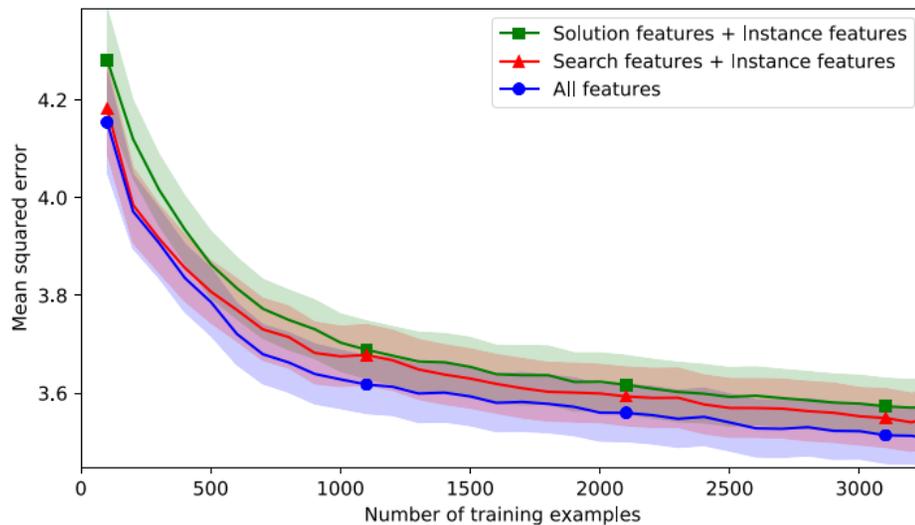
Résultats – finir une tâche plus tôt sur PSPLib

- Prédire si oui ou non, il y a un impact sur le makespan de finir une tâche plus tôt



Résultats – finir une tâche plus tôt sur PSPLib

- Prédire la différence sur le makespan de finir une tâche plus tôt



Conclusion

- Permet à une compagnie de rapidement vérifier quelles ressources acheter pour améliorer la production
- Permet d'expliquer pourquoi une solution n'est pas satisfiable
 - Exemple: Cette semaine, nous aurions besoin d'un outil de plus pour avoir cette ordonnancement
- Permet à la compagnie de faire une meilleure analyse de l'ordonnancement



Travaux futurs

- Appliquer cette méthode chez APN
- Dans la réalité les problèmes sont différents
- Adapter la méthode à la recherche locale à grand voisinage



**CONSORTIUM DE RECHERCHE EN INGÉNIERIE
DES SYSTÈMES INDUSTRIELS 4.0**



**UNIVERSITÉ
LAVAL**