

# Programmation dynamique pour résoudre le problème d'optimisation d'une route fixe pour un aéronef hybride électrique

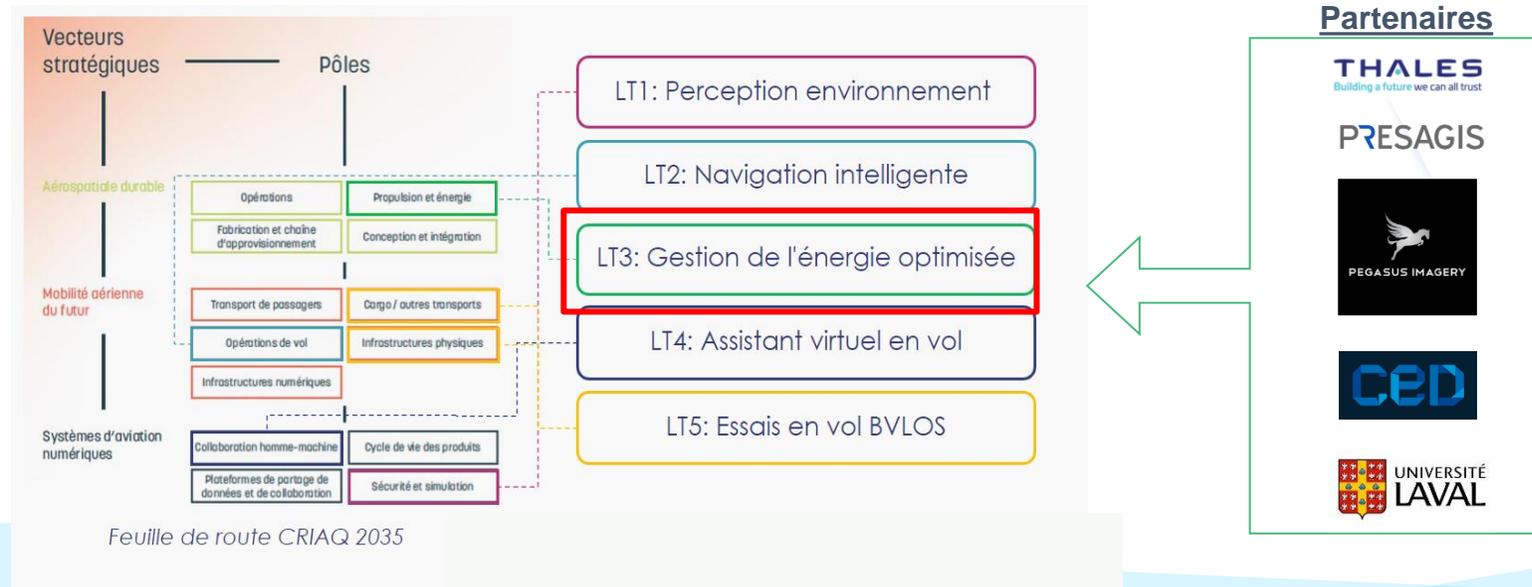
Anthony Deschênes (Université Laval),  
Raphaël Boudreault (Thales),  
Vanessa Simard (NQB.ai),  
Jonathan Gaudreault & Claude-Guy Quimper (Université Laval)

# Contexte

- **Mobilité aérienne du futur**
  - *Autonomie des Mobilités Aériennes du Futur (AMAF)*
- L'objectif du projet AMAF est de structurer l'autonomie de nouvelles solutions à la mobilité aérienne au Québec:
- ✓ Réduire la charge pour les opérateurs avec des outils de planification et d'assistance
  - ✓ Démontrer les capacités de détection autonome et de navigation sur des aéronefs UAS-100



AVS-FLX France

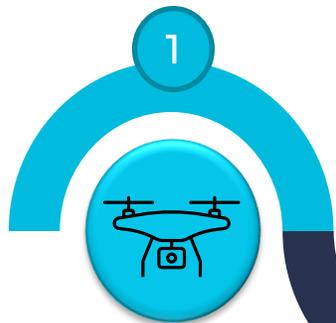


# Mobilité aérienne avancée

Dans tous les cas, l'utilisation de modes de propulsion **électrique** ou **hybride électrique** nécessite la planification de l'utilisation de l'énergie pour obtenir des vols **faisables, sécuritaires, économiques et écologiques**



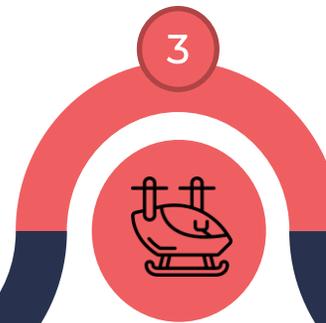
MICRO AIR MOBILITY



REGIONAL AIR MOBILITY



URBAN AIR MOBILITY



INTERCONTINENTAL AIR MOBILITY



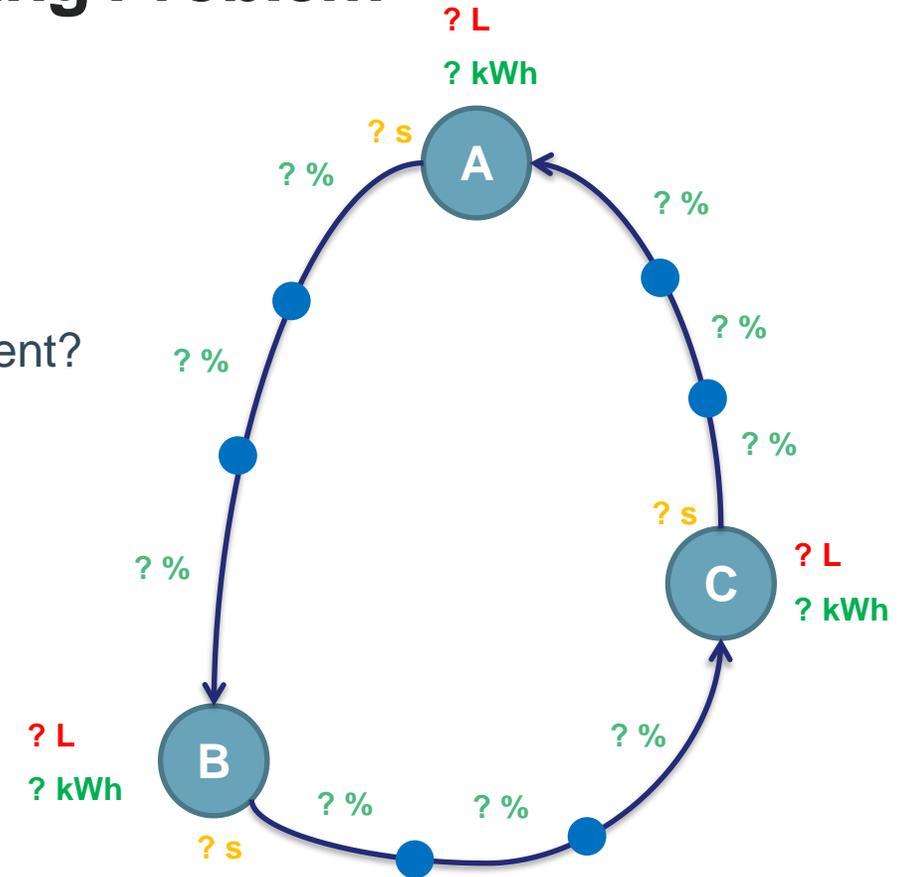
# Fixed Route Hybrid Electric Aircraft Charging Problem

- Combien de **carburant** doit-on prendre à chaque terminal?
- Combien d'**électricité** doit-on prendre à chaque terminal?
- Combien de temps devons-nous **attendre** à chaque terminal?
- Quelle **distance** faire en électrique/carburant sur chaque segment?

## Objectif

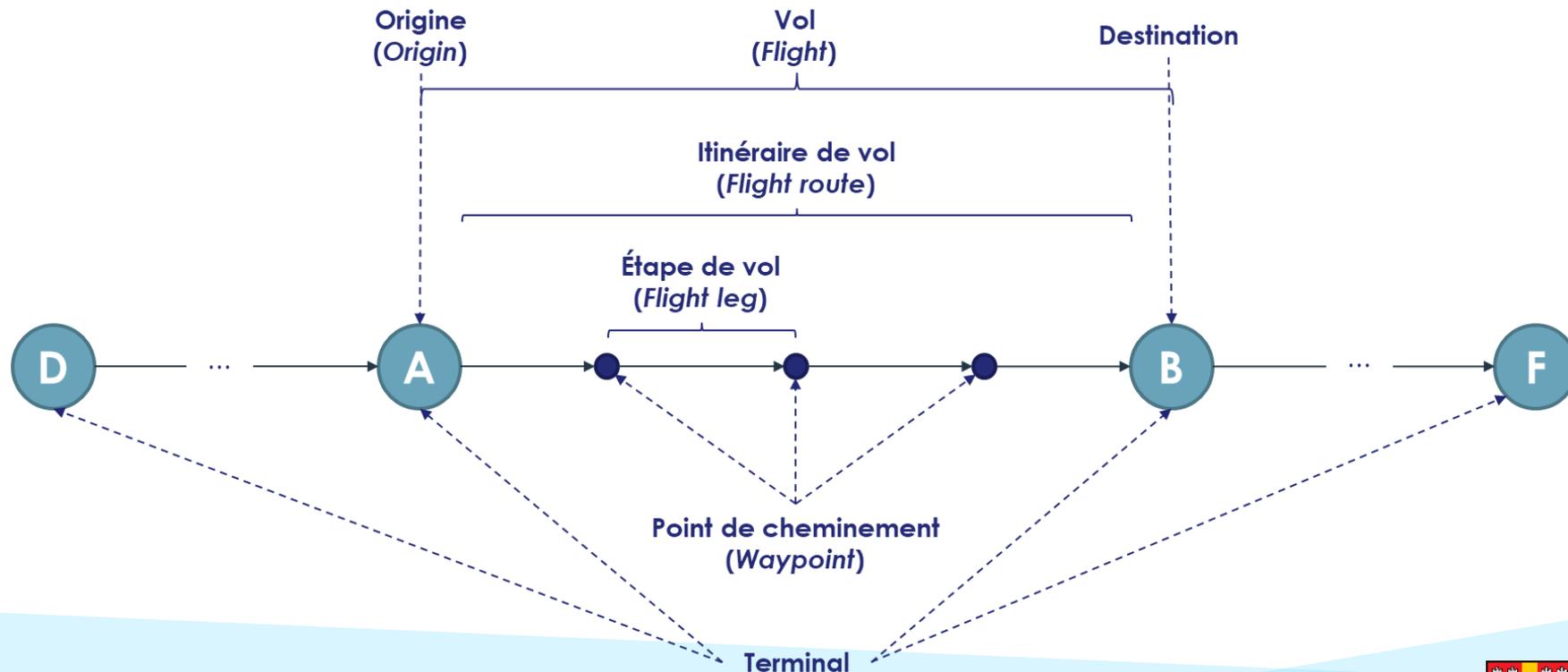
Minimiser les **coûts totaux**:

- ▶ **Coûts de carburant**
- ▶ **Coûts d'électricité**
- ▶ **Coûts d'horaire**



# Intrants – Description d'un plan multivols (*multi-flight plan*)

- Chaque **vol** est décrit par un **terminal** d'origine et de destination
  - Typiquement, des aéroports comportant les **stations** de recharge
- Chaque vol est défini par un **itinéraire** (*route*) formé de plusieurs **points** (*waypoints*) décrivant les **étapes** de vol (*legs*)



# Cessna S550 Citation II

## Physique

- Poids à vide: 3656 kg
- Vitesse maximale: 890 km/h
- Charge utile maximale: 8 passagers + 2 employés (800kg)



## Batterie

- Capacité: 216 kWh
- Poids<sup>1</sup> : 600 kg
- Marges (minimal/maximal SoC): 10% - 95%

1. Finger *et al.*, 2020. *A Comparison of Hybrid-Electric Aircraft Sizing Methods*

## Carburant

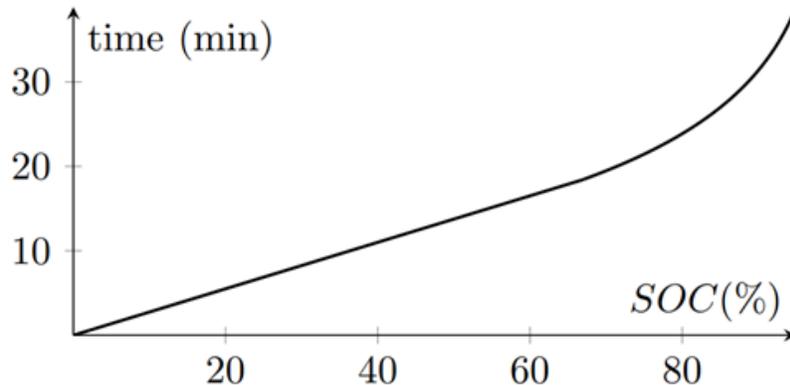
- Capacité : 3260 L
- Type (masse) : Jet A1 (0,819 kg/L)
- Marge (carburant minimal): 163 L (5%)
- Vitesse de ravitaillement: 1086 L/min.

# Intrants et suppositions

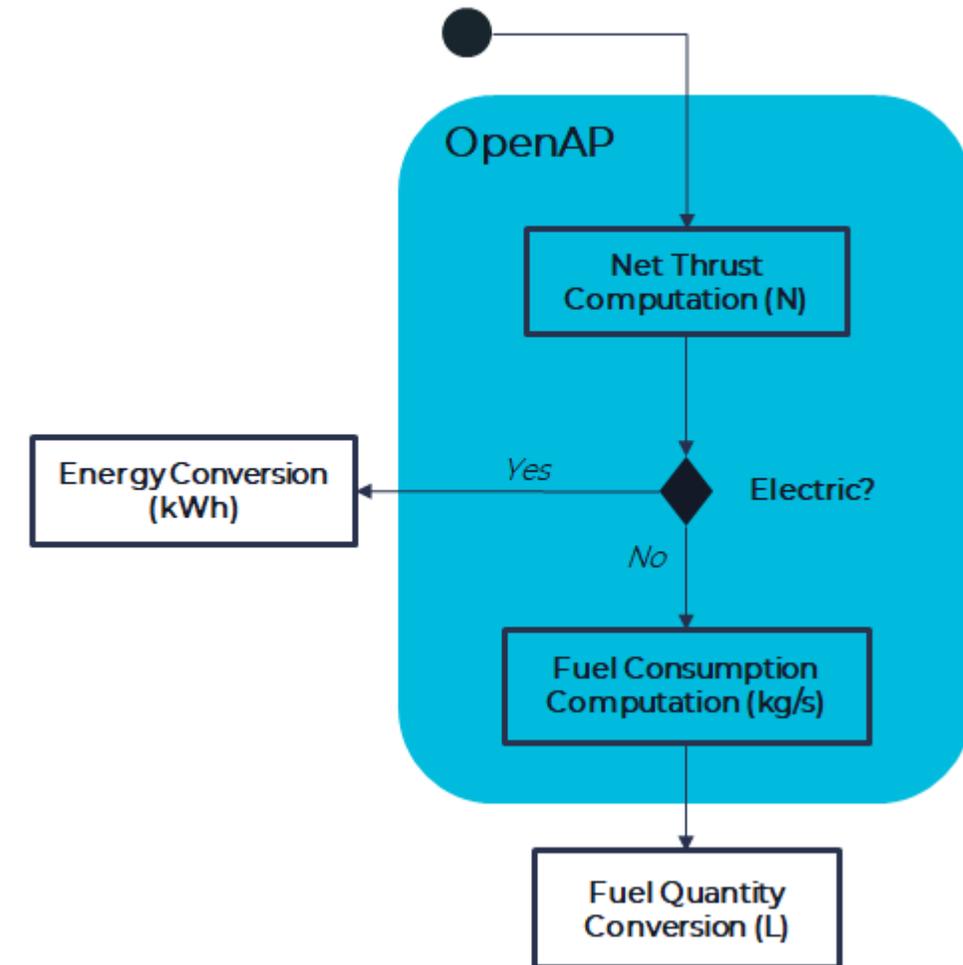
- **État initial** (Temps de début, énergie initiale)
- **Caractéristiques des vols**
  - Charge utile
  - Horaire planifié (heure de départ, heure d'arrivée, temps d'attente minimal)
  - Origin/destination taxi phases (duration, speed, allowed energy types)
- **Caractéristiques des terminaux**
  - Coûts (carburant, électricité, horaire sur l'départ/arrivée)
    - ✓ Les coûts d'horaire sont calculés en fonction de l'horaire prévue et sont linéaire en fonction du temps
  - Énergie
    - ✓ Les caractéristiques du terminal sont implicitement encodées dans les modèles d'énergie
- **Caractéristiques des segments**
  - Physique (distance, vitesse, altitude, angle de la trajectoire)
  - Contraintes énergétiques (obliger l'utilisation du carburant et/ou de l'électricité)

# Fonctions nécessaires pour obtenir une solution

- OpenAP[1] prédit la consommation de carburant ainsi que la consommation électrique
  - Poids (incluant le poids du carburant)
  - Distance
- Temps de recharge [2]



Consumption prediction request  
(vehicle, distance, mass, speed, angle, altitude)



[1] Sun *et al.*, 2020. *OpenAP: An open-source aircraft performance model for air transportation studies and simulations.*

[2] Deschênes *et al.*, 2020. *The fixed route electric vehicle charging problem with nonlinear energy management and variable vehicle speed.*

# Algorithme – Programmation dynamique (DP)

- Inspiré d'un modèle déjà développé pour résoudre un problème similaire (the *Fixed Route Electric Vehicle Charging Problem with NonLinear Energy Management* (FRVCP-NLEM)) [1]
  - Utilise une récurrence pour résoudre des problèmes de plus en plus gros
  - Le problème est encodé sous forme de graphe dans lequel des décisions sont prises à chaque terminal et point de cheminement
- Résout successivement le problème suivant:

## Définition (Programmation dynamique)

Étant au point de cheminement (ou terminal)  $w$  avec  $s$  kWh de batterie, **quelle est la quantité minimale de carburant nécessaire pour se rendre à un terminal en respectant toutes les contraintes?**

- Décide en fonction des solutions calculées aux points de cheminement  $w+1$ ,  $w+2$ , ...
- Teste différent taux d'hybridation
- La charge ( $s$ ) est déterminée en fonction de l'horaire

[1] Deschênes *et al.*, 2022. *Dynamic Programming for the Fixed Route Electric Vehicle Charging Problem with NonLinear Energy Management*.

# Programmation dynamique - récurrence

## Définition (Programmation dynamique)

Étant au point de cheminement (ou terminal)  $w$  avec  $s$  kWh de batterie, **quelle est la quantité minimale de carburant nécessaire pour se rendre à un terminal en respectant toutes les contraintes?**

$$F_{n_k}^*(s) = \begin{cases} \text{Marge de carburant} & \text{Si nous sommes à un terminal} \\ \min_{h \in [0,1]} \left[ F_{n_{k+1}}^*(s - \Delta_{l_k}^s(h)) + \Delta_{l_k}^f(h) \right] & \text{Sinon} \end{cases}$$

$\Delta_{l_k}^s(h)$  = Consommation d'électricité sur le segment  $l_k$  étant donné le taux d'hybridation  $(h)$

$\Delta_{l_k}^f(h)$  = Consommation de carburant sur le segment  $l_k$  étant donné le taux d'hybridation  $(h)$

# Programmation dynamique - Complexité

- Augmentation linéaire de la complexité en fonction du nombre de point de cheminement ( $N$ )
- Nombre de discrétisation de la charge  $\tilde{s}$
- Nombre de distance testée pour l'hybridation  $\tilde{h}$

$$\Theta(\tilde{s} \cdot \tilde{h} \cdot |N|)$$

# Définition – Indépendance des sous-problèmes

## Définition (Indépendance des sous-problèmes)

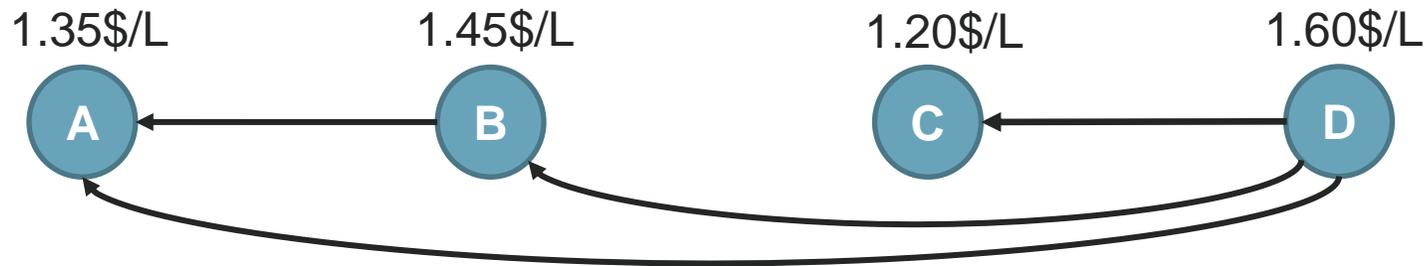
Tous les sous-problèmes sont indépendants si la quantité de carburant d'arrivée et la charge d'arrivée sont aux marges dans la solution optimale.

- Implique minimalement:
  - Les coûts de carburant sont les mêmes à chaque terminal
  - Entre deux terminal consécutif, la solution optimale consomme la totalité du carburant et de l'électricité
- La solution retournée par la programmation dynamique est **optimale** sous l'indépendance des sous-problèmes, la monotonie est fonctions et des coûts électriques significativement plus petit que les coûts de carburant.

# Programmation dynamique – Post traitement – Descente de gradient (DP+GD)

Quand les coûts de carburant varient, la solution de la programmation dynamique perd ses garanties d'optimalité

- Cependant, nous pouvons encoder la solution dans un graphe dirigé:



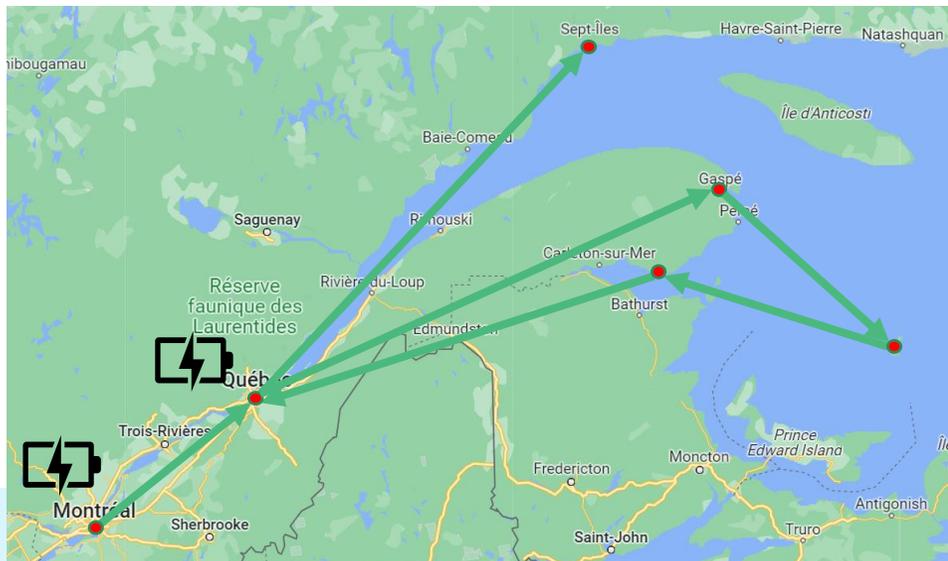
- L'action de transférer  $x$  litres d'un terminal B à un terminal A correspond à:
  - Arriver au terminal B avec  $x$  litres de plus tout en prenant en compte la non linéarité des fonctions et en corrigeant les taux d'hybridation au besoin
- La **Descente de gradient** (GD) estime le gradient sur chaque arc, donc l'impact sur les coûts totaux de faire l'action de transfert, puis transfère là où le gradient est le plus grand jusqu'à convergence
  - Nous démontrons que cela **converge vers un minimum global** sous les mêmes hypothèses (en permettant aux coûts de carburant de varier)

# Scénarios

Scénario	# d'aéroports	# de points de cheminement	Coûts de l'électricité (\$/kWh)	Coûts du carburant (\$/L)
Paris-Nice	4	48	0.1397	1.46
Toulouse-Bordeaux	5	26	0.1397	1.46
Montreal-Sept-Iles	6	11	0.0533	[1.16, 1.25]
Ottawa-Toronto	7	23	[0.0533, 0.1140]	[1.03, 1.28]

# Montréal – Sept-Îles

Date	Origine	Destination	Vol	Distance (km)	Durée prévue	Heure de départ prévue	Heure d'arrivée prévue
20 avril 2023	Montréal (YUL)**	Québec (YQB)	P6343	233	0h43	11:18	12:01
20 avril 2023	Québec (YQB)	Gaspé (YGP)	P6477	178	1h28	12:58	14:26
20 avril 2023	Gaspé (YGP)	Îles-de-la-Mad. (YGR)	P6477	109	0h47	14:30	16:17*
20 avril 2023	Îles-de-la-Mad. (YGR)	Bonaventure (YVB)	P6478	302	0h54	17:15*	17:09
20 avril 2023	Bonaventure (YVB)	Québec (YQB)	P66488	507	1h20	17:45	19:05
20 avril 2023	Québec (YQB)	Sept-Îles (YZV)	P66313	535	1h20	19:30	20:50



## Détails

- Horaire basé sur les vols FlightRadar24 du 20 avril 2023
- Heures d'arrivée prévues ajustées selon nos itinéraires de vol
- Station électrique ⚡ disponible aux aéroports admettant plus d'un million de passagers annuellement<sup>1</sup>, à l'exception de Québec (YQB)

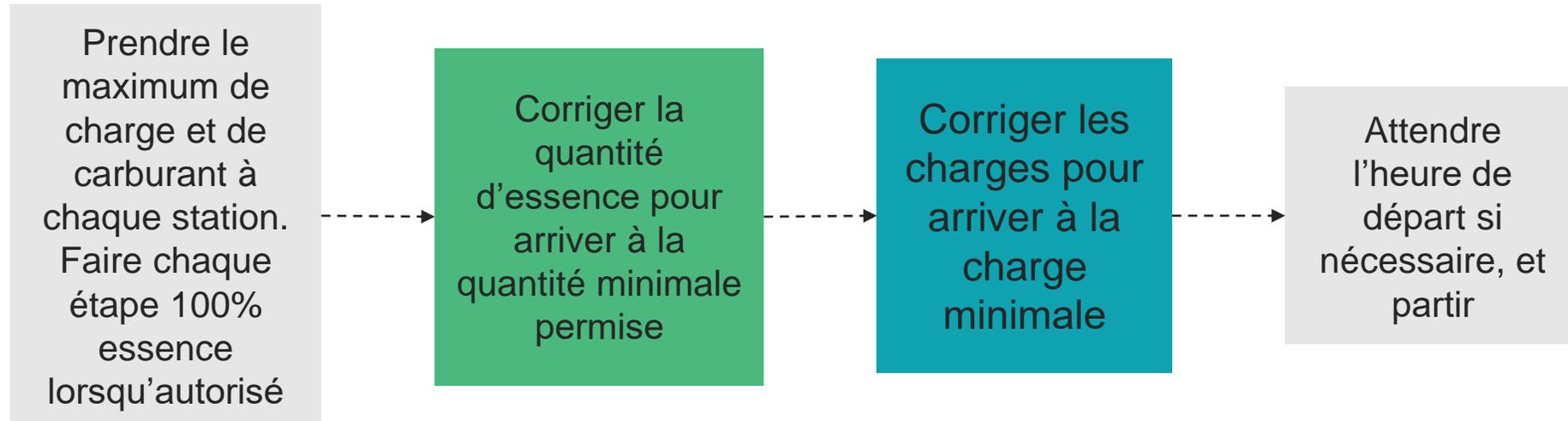
<sup>1</sup>Selon Statistiques Canada, 2021 : <https://www150.statcan.gc.ca/t1/tbl1/fr/tv.action?pid=2310025301>

\*Fuseau horaire +1 (AST)

\*\*Habituellement YUH (Saint-Hubert), ajusté pour la génération d'itinéraire

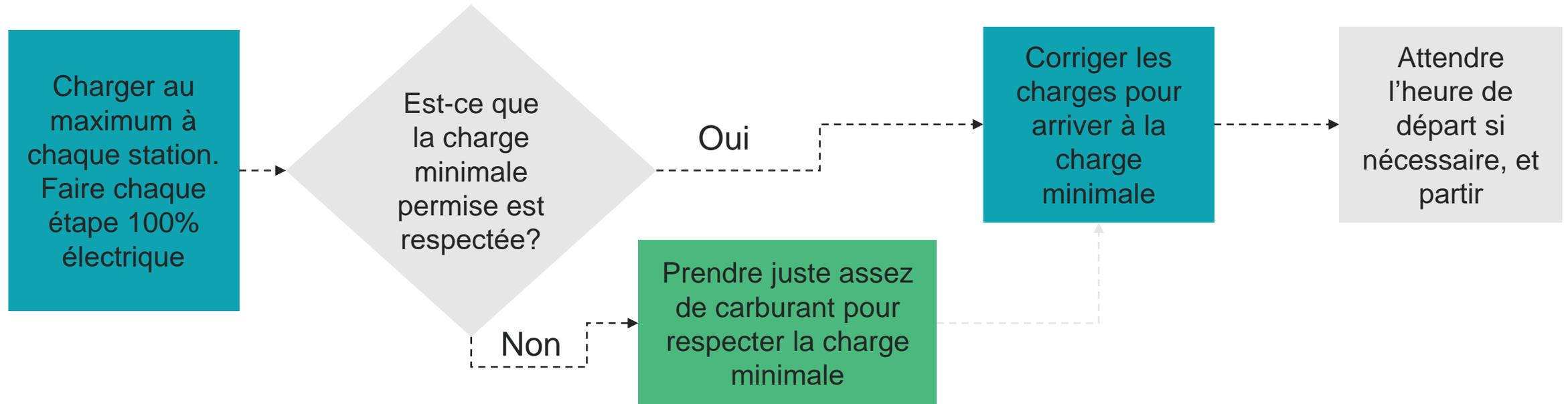
# Heuristique – *Priorité-Carburant*

- Priorise l'utilisation du carburant



# Heuristique – *Priorité-Électrique*

- Priorise l'utilisation de l'électricité



- Brûle le carburant en premier
- Respecte l'horaire

# Détails

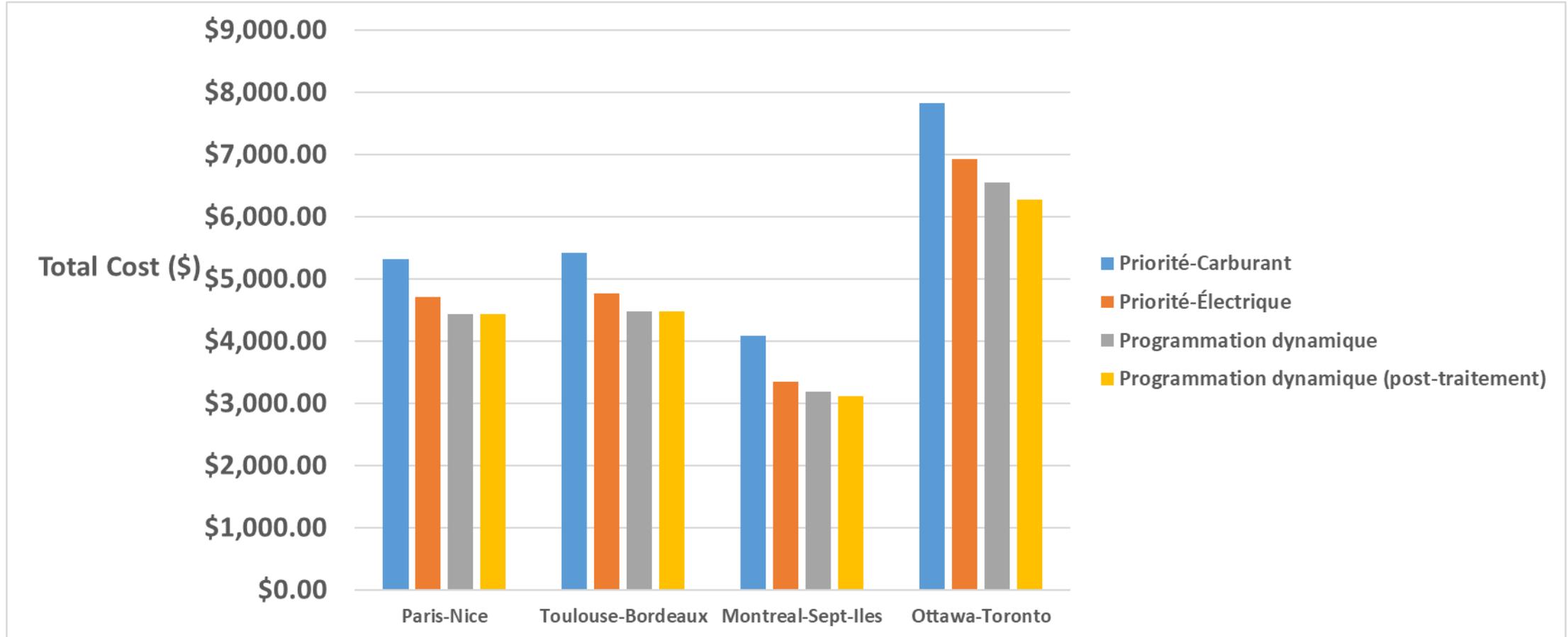
## • Simulation

- Une **simulation** (*sans approximation*) est effectuée avant de calculer les métriques
- Tous les algorithmes sont donc comparés **sur la même base**

## • Post-traitement

- Un **post-traitement** est réalisé pour certains algorithmes
  - La PD peut effectuer une **descente de gradient (DG)** lorsque les coûts du carburant varient afin d'améliorer sa solution (et converger vers un minimum global sous certaines hypothèses)

# Résultats – Coûts totaux pour chaque instance et chaque algorithme



# Résultats – Temps de calcul et consommation

Instance	Algorithm	Solving time (s)			Consumption	
		Internal	External	Total	Fuel (L)	Elec. (kWh)
Paris-Nice	DP	0.43	4.65	5.08	2930	712
	DP+GD	-	-	-	-	-
	FF-H	0.06	0.06	0.12	3634	0
	MB-H	0.40	0.55	0.95	3131	614
Toulouse-Bordeaux	DP	0.32	3.78	4.10	2991	805
	DP+GD	-	-	-	-	-
	FF-H	0.05	0.05	0.10	3740	0
	MB-H	0.26	0.40	0.66	3195	691
Montreal-Sept-Iles	DP	0.23	2.40	2.63	2650	899
	DP+GD	0.40	2.56	2.96	2659	899
	FF-H	0.02	0.02	0.04	3429	0
	MB-H	0.14	0.14	0.28	2789	798
Ottawa-Toronto	DP	0.34	4.32	4.66	5408	1210
	DP+GD	1.79	5.94	7.73	5523	1210
	FF-H	0.05	0.05	0.10	6540	0
	MB-H	0.37	0.50	0.87	5730	1038

# Conclusion

- Présenté un nouveau problème (FRHACP)
- Proposé un nouvel algorithme de programmation dynamique pour le résoudre à l'optimalité sous certaines hypothèses
  - Retourne la solution optimale en moins de 8 secondes sur tous les scénarios
- Nous avons démontré qu'il est avantageux d'utiliser l'électricité
  - En moyenne permet une réduction des coûts de 19.4% sur nos 4 scénarios réalistes