UNIVERSITÉ LAVAL

# GLO-4001/7021 INTRODUCTION À LA ROBOTIQUE MOBILE

## Capteurs Visuels (III)

(Automne 2019)

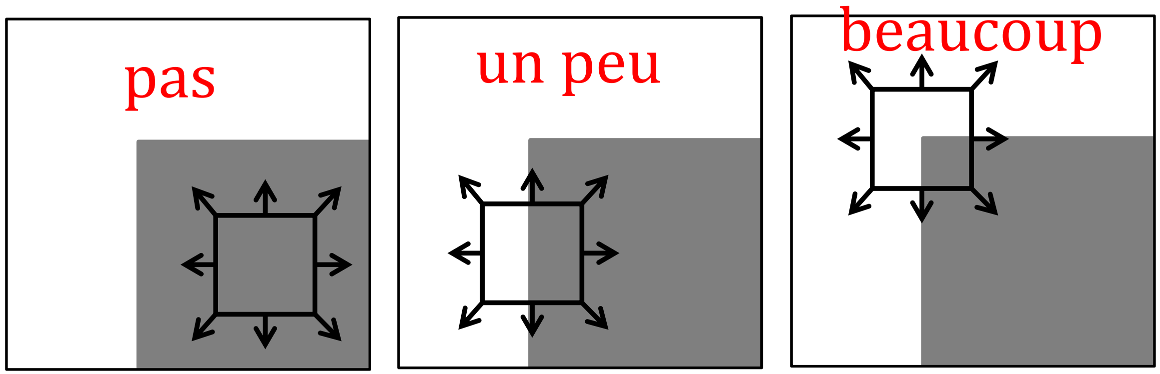
Philippe Giguère

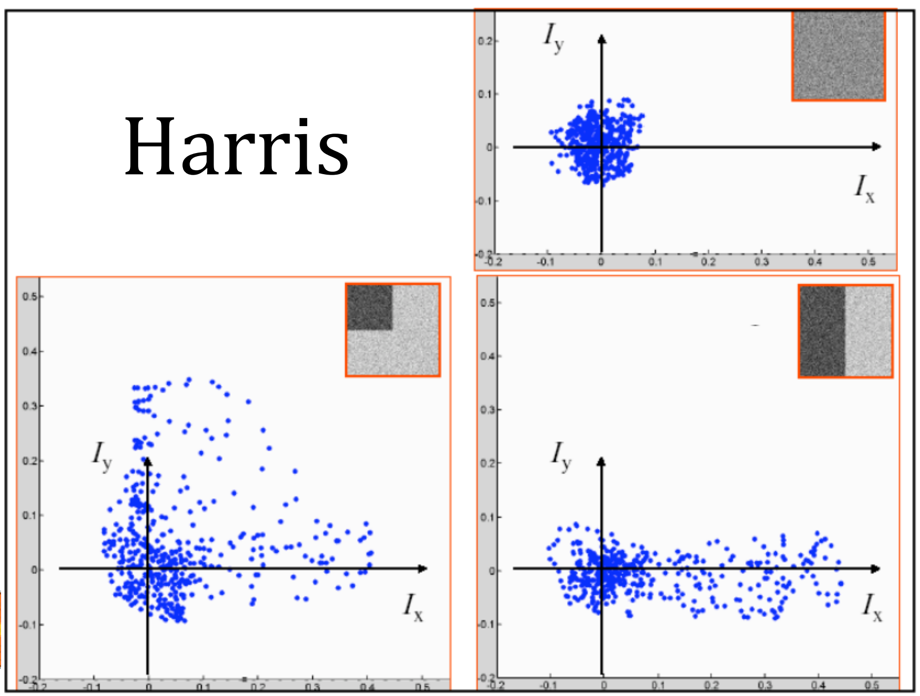
# Rappel : sections « intéressantes »

- Traiter l'image complète → temps calcul $$$
- Chercher les points saillants/intéressants
  - équivalent attention visuelle humaine
- Point intéressant:
  - stable (aux changements d'angle/lumière)
  - informatif
  - notion de *distinct du pourtour*

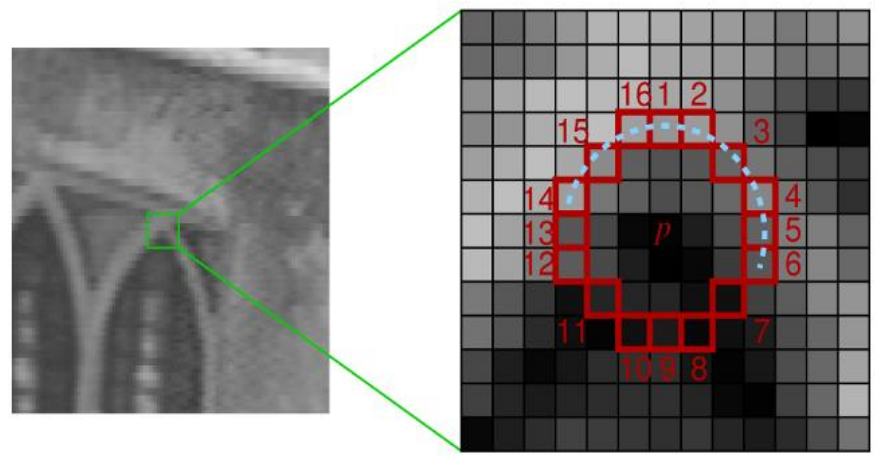
# Détecteurs de coin

Moravec



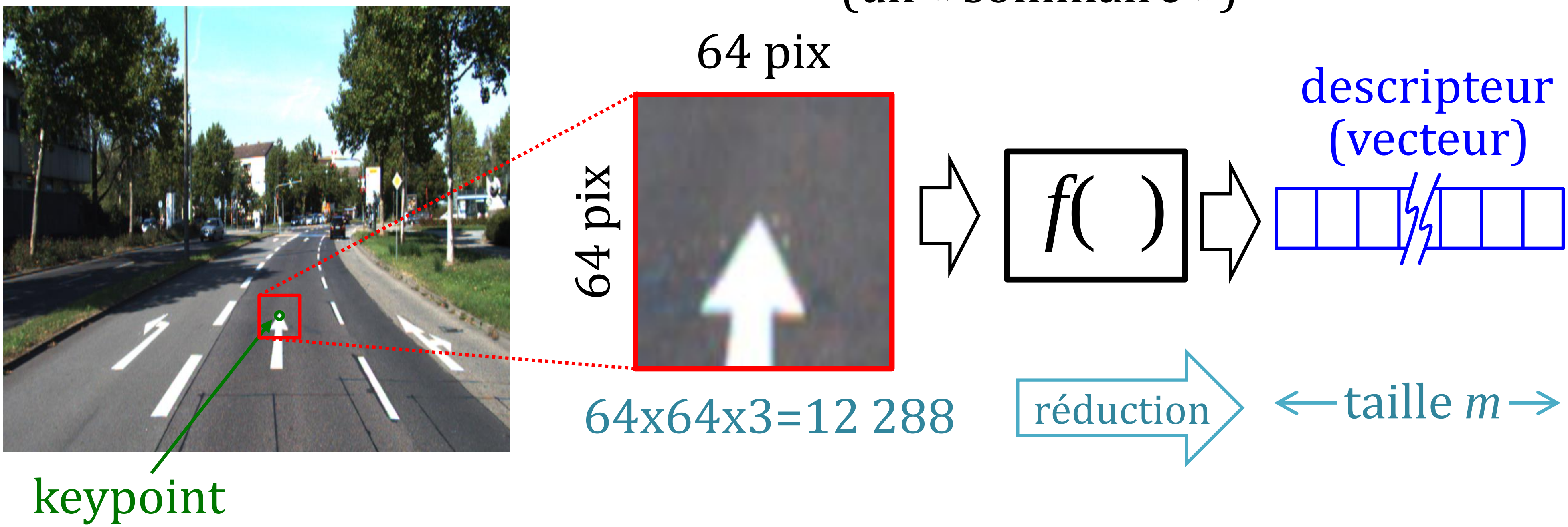

FAST




© Edward Rosten

# Rappel Descripteurs

- 1$^{\text{ère}}$ étape : identifier les keypoints
- 2$^{\text{ème}}$ étape : leur attribuer une signature=descripteur (un « sommaire »)



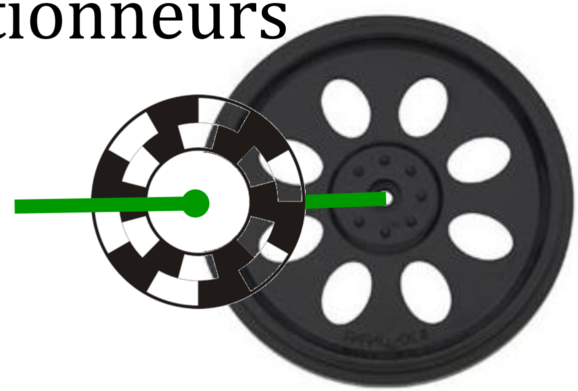

- Au final, *feature* = position ($u$,$v$) dans l'image + descripteur

# Odométrie visuelle

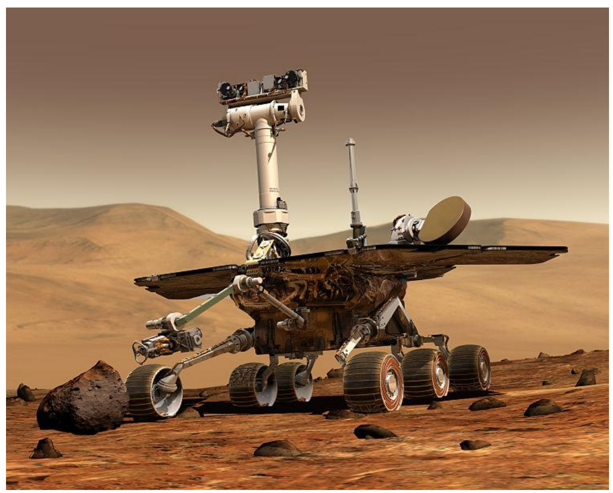
# Odométrie visuelle : pourquoi?

- Odométrie : estime les déplacements incrémentaux du robot en fonction mouvement des actionneurs

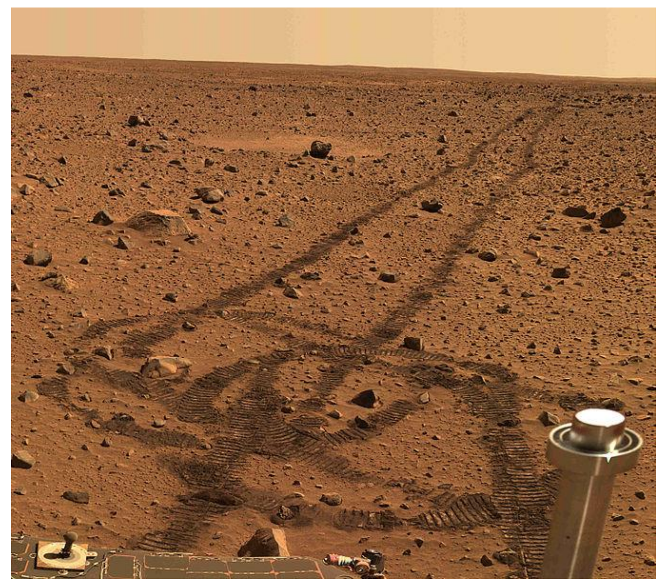
Mesurer la rotation des roues



- Difficile si :
  - robot à pattes
  - sol très accidenté
  - sol glissant (sable)



NASA Mars Rover



# Odométrie visuelle

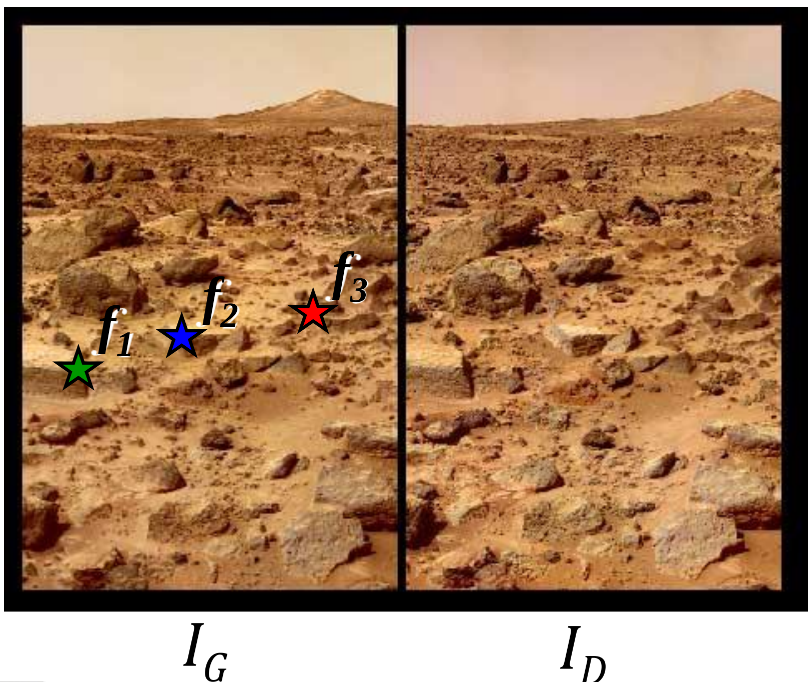
- Avantages
  - n'est pas sujet au glissement des roues
  - trajectoire estimée plus précise qu'avec les roues
- Désavantages
  - propreté des lentilles
  - sensibilité illumination (capteur passif)
  - position dérive avec le temps
  - 1 seule caméra : on n'a pas l'échelle
    - d'où l'utilisation de la stéréo

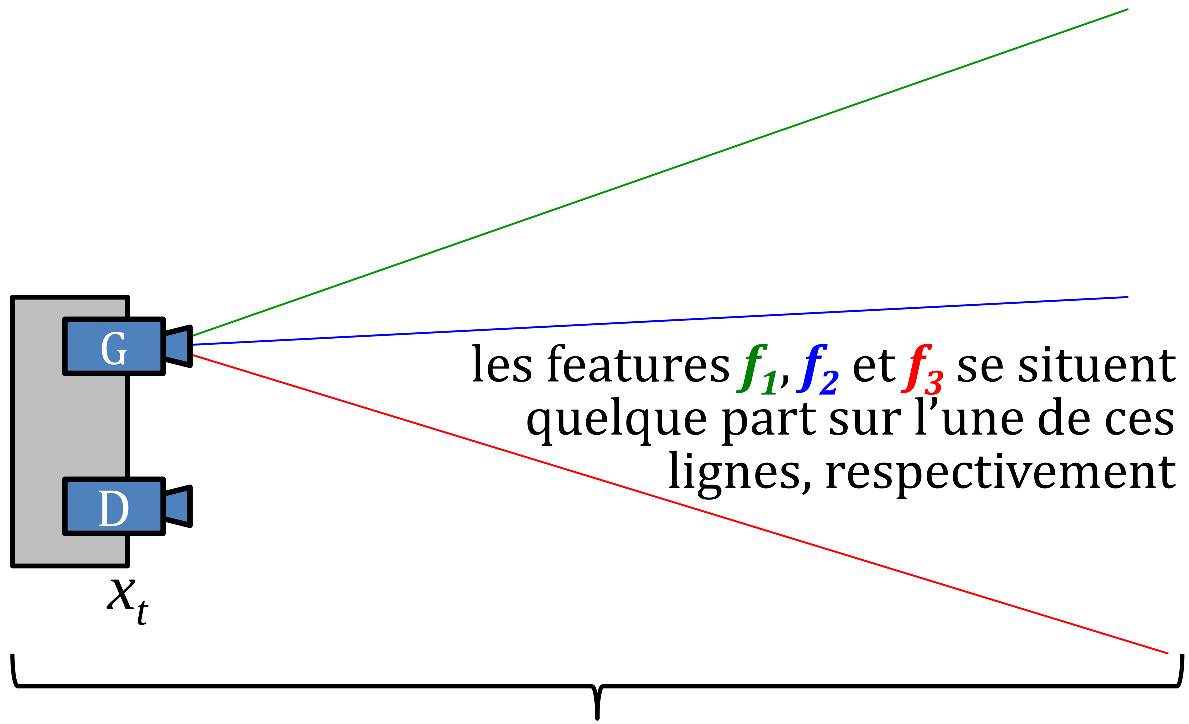
# Odométrie visuelle (*visual odometry: VO*)

- Utiliser les caméras pour mesurer les déplacements relatifs (incrémentaux) du robot entre les images
  - n'estime pas la position absolue
- Peut utiliser différentes configurations de caméras
  - 1 seule
  - paire stéréo configuration étudiée
  - caméra omnidirectionnelle

# Exemple VO avec stéréo

- Identifier des « *features* » $f_i$ dans les images $I_G$, $I_D$

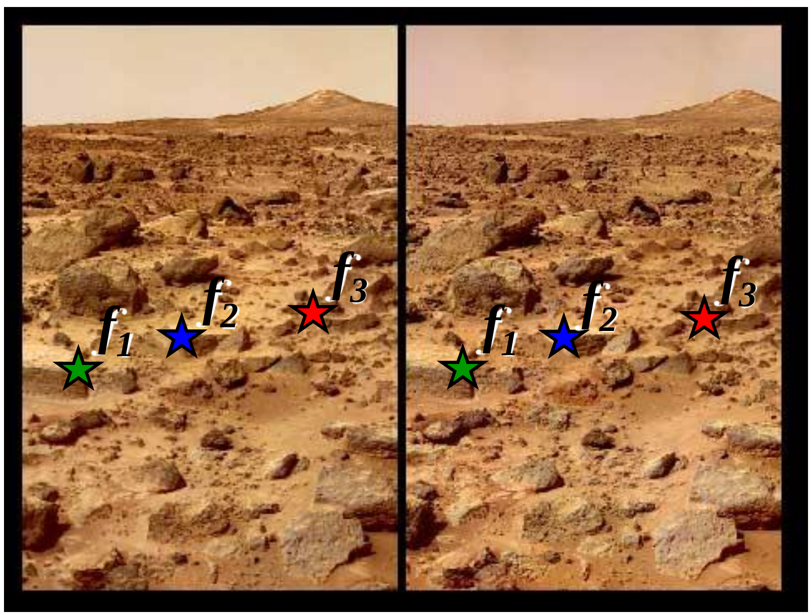


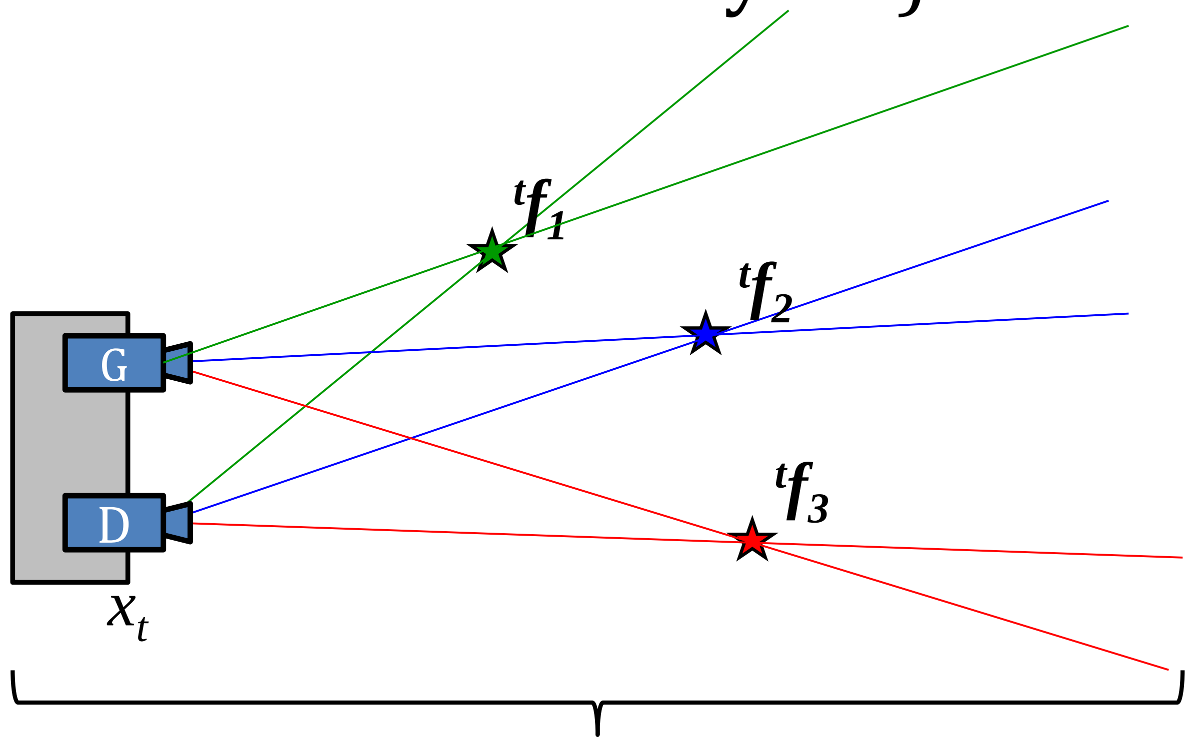

(note : ici je simplifie le problème à 2 D, vue de haut)

# Exemple VO avec stéréo

- Identifier des « *features* » $f_i$ dans les images $I_G$, $I_D$
- Trouve les positions des $f_i$ dans l'environnement **avec la stéréo** (ici, l'intersection des rayons)




$I_G$ $I_D$




(note : ici je simplifie le problème à 2 D, vue de haut)

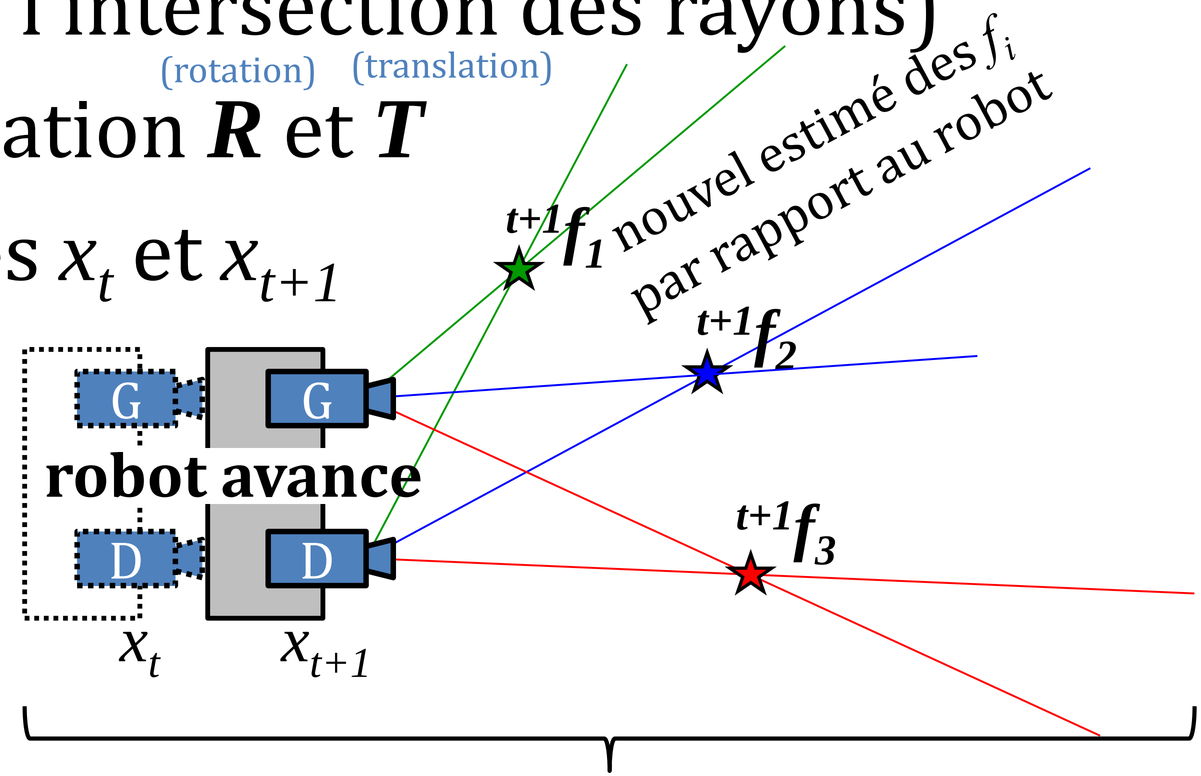
# Exemple VO avec stéréo

- Identifier des « *features* » $f_i$ dans les images $I_G$, $I_D$
- Trouve les positions des $f_i$ dans l'environnement **avec la stéréo** (ici, l'intersection des rayons)

(rotation) (translation)

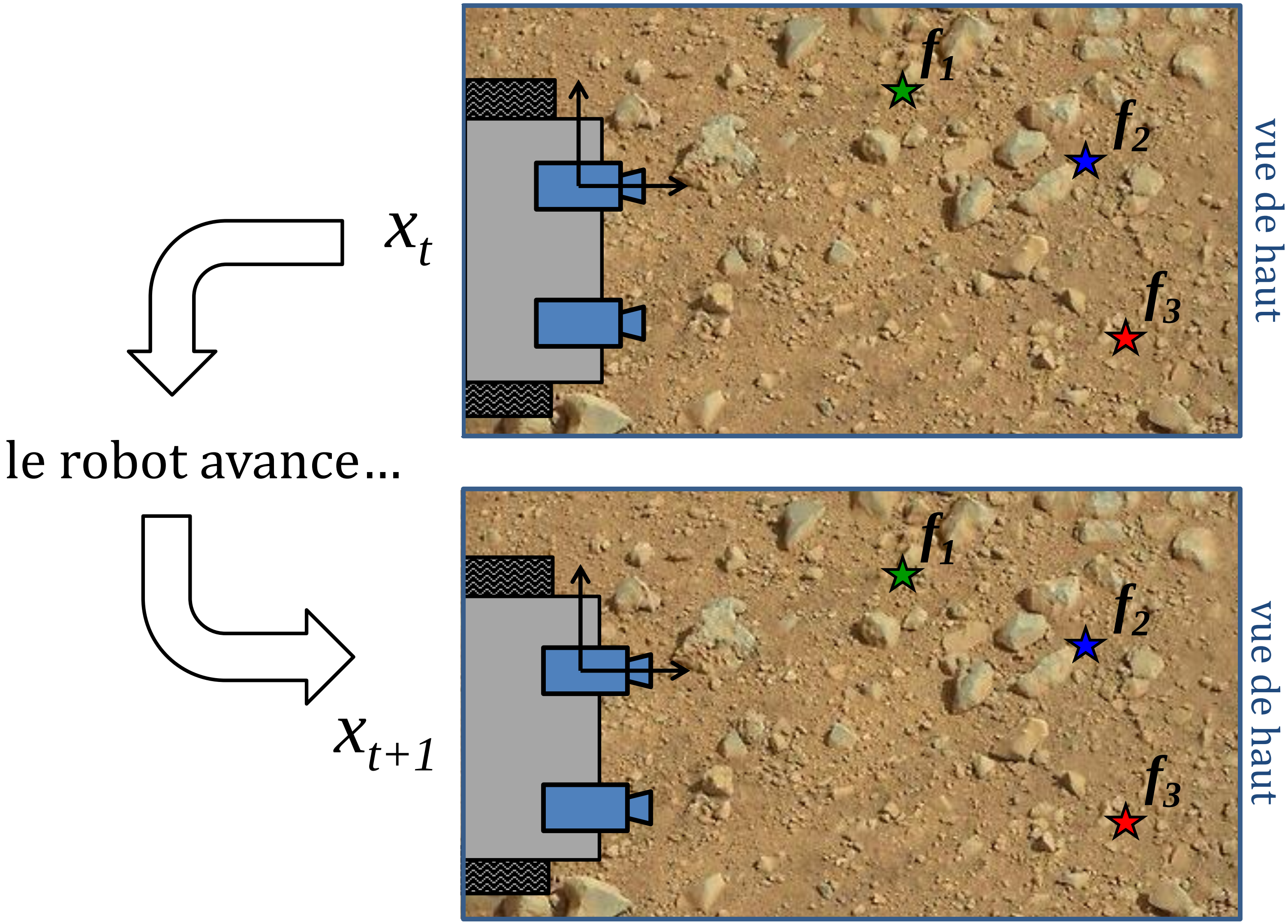
- Cherche transformation $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{T}$

entre les deux poses $x_t$ et $x_{t+1}$

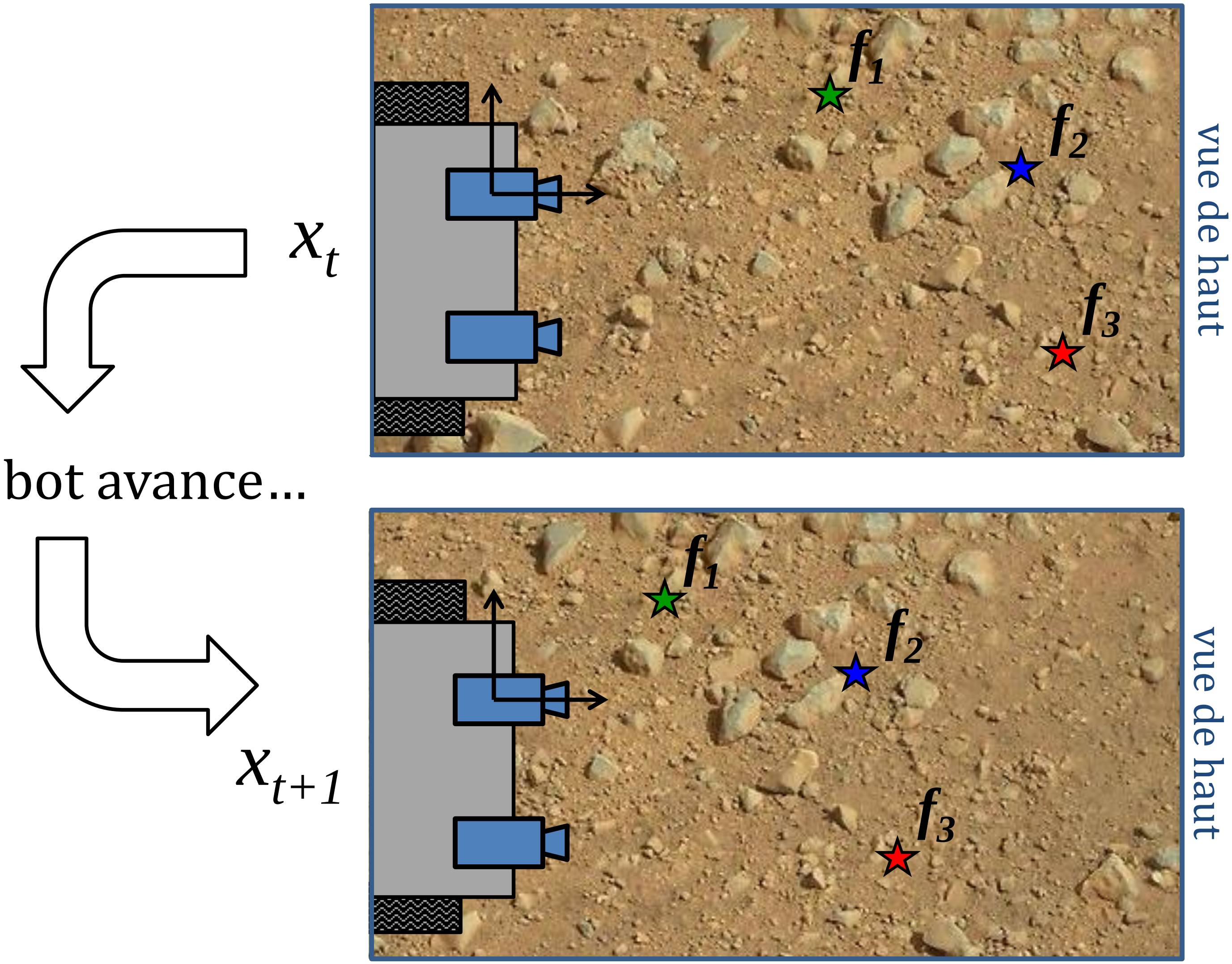



(note : ici je simplifie le problème à 2 D, vue de haut)

# Transformation

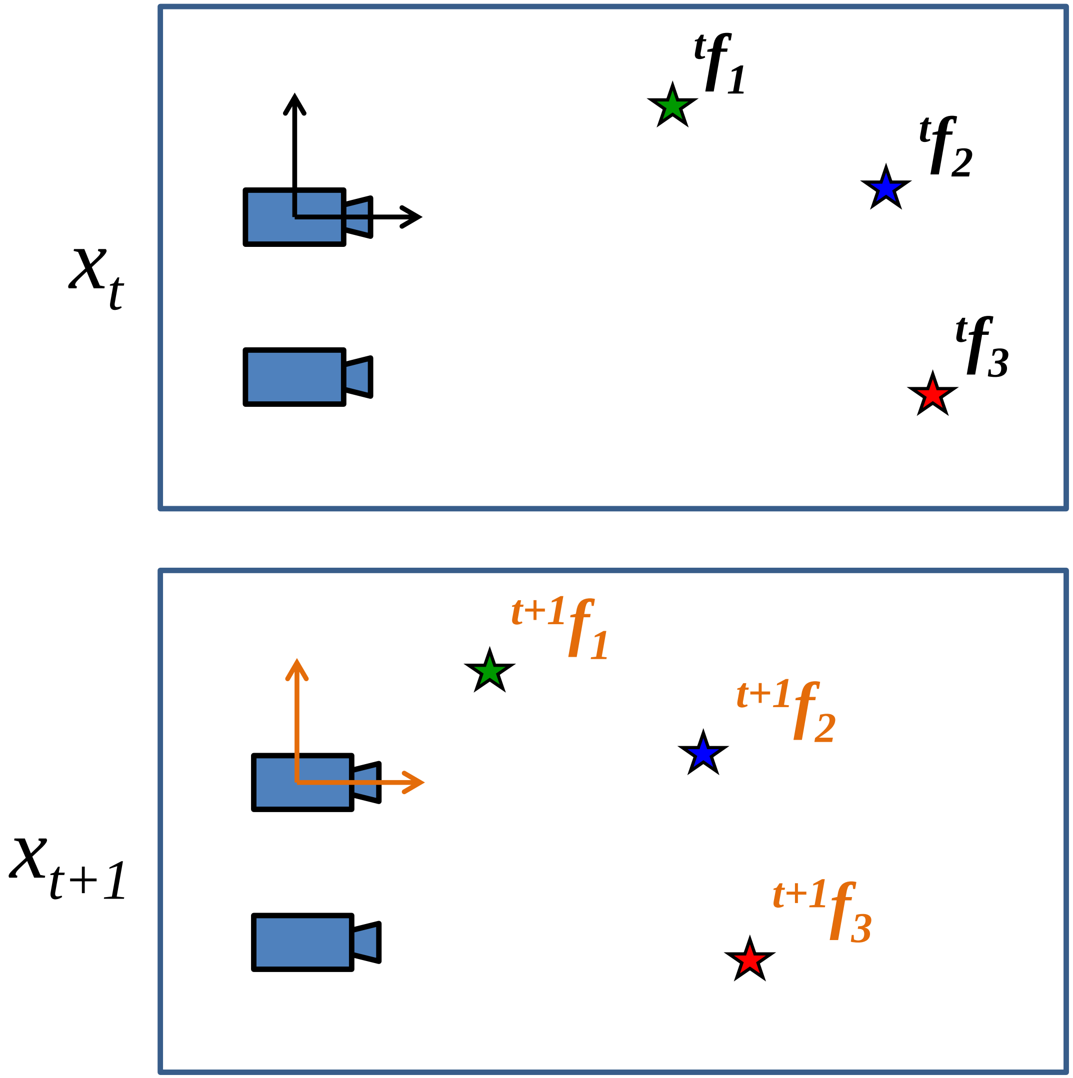


# Transformation

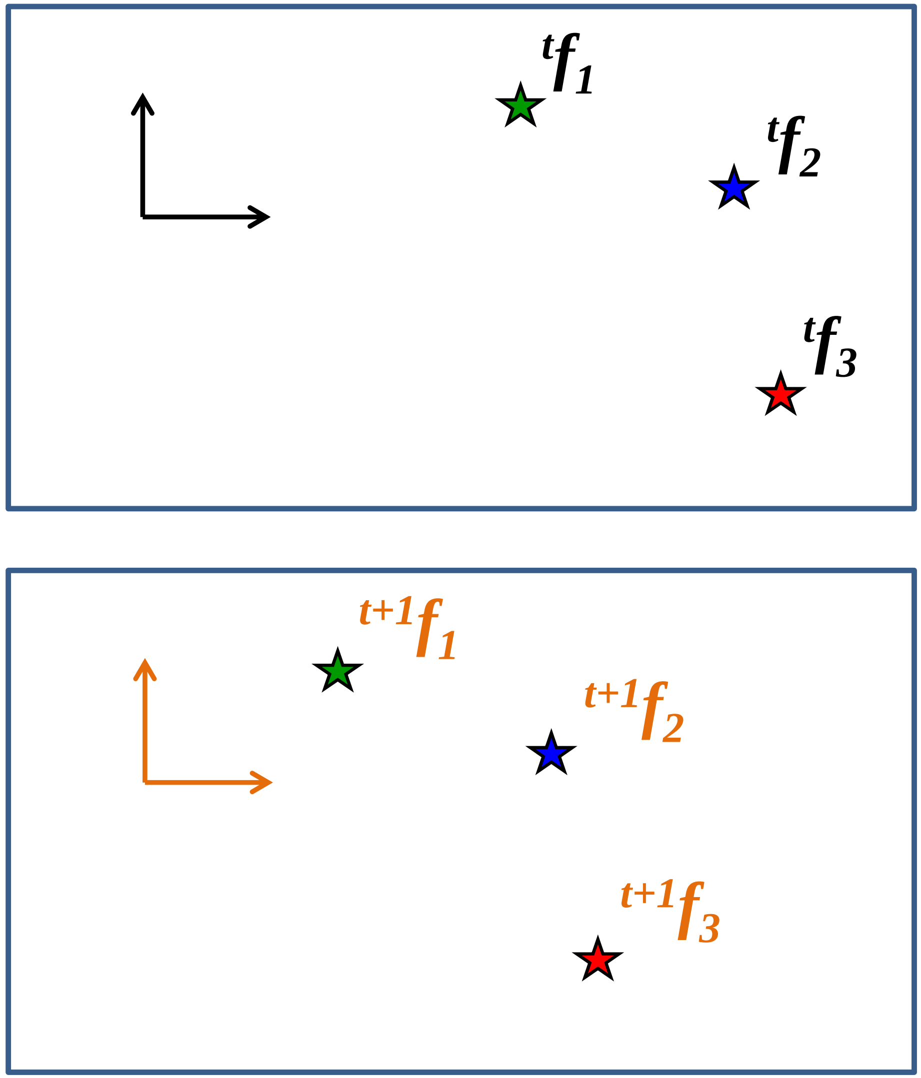



ici les *features* $f_i$ sont plus proches car le robot a avancé

# Transformation

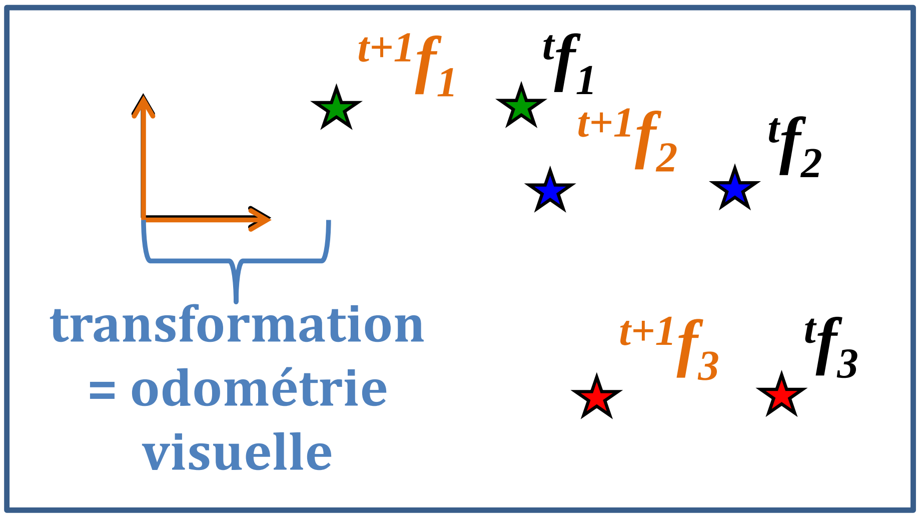


# Transformation



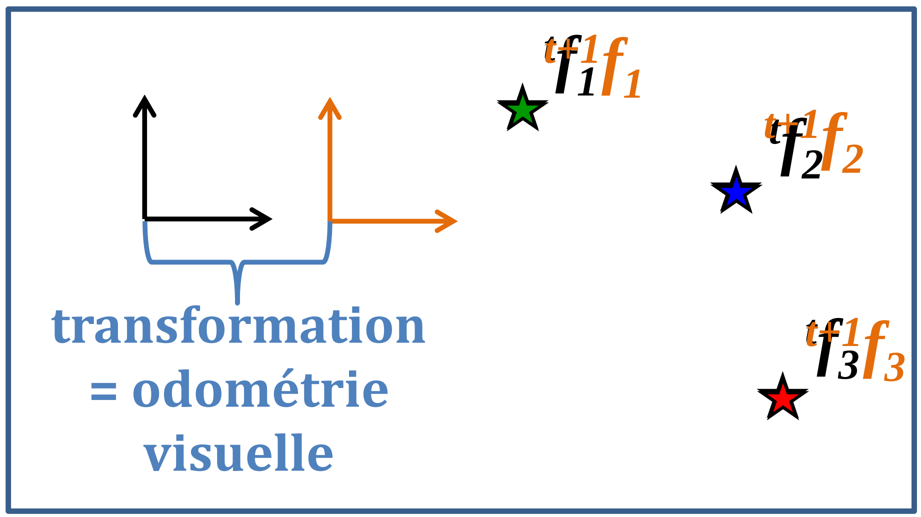
# Transformation

Trouver $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{T}$ pour faire matcher les ${}^{t+1}f_i$ avec les ${}^{t}f_i$



# Transformation

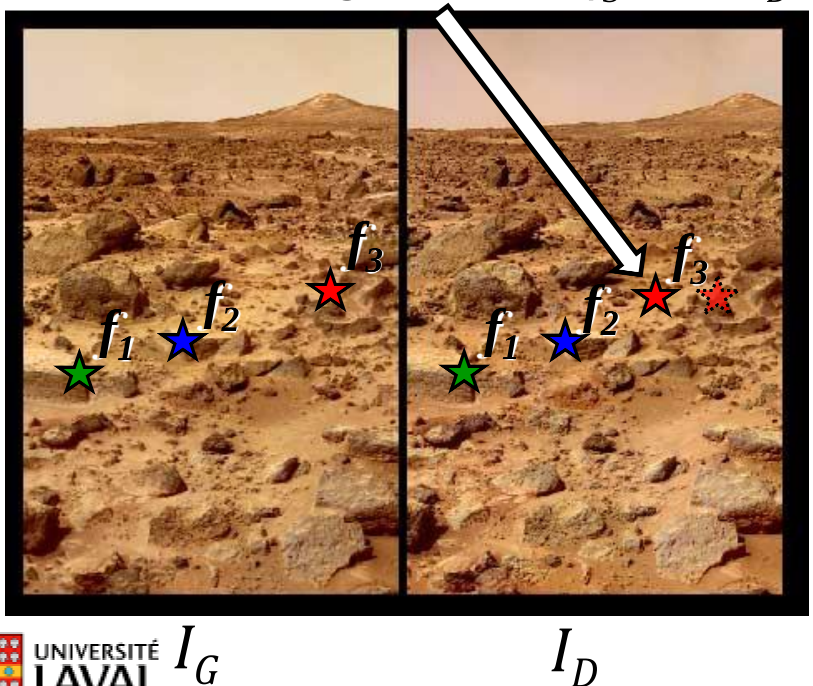
Trouver $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{T}$ pour faire matcher les ${}^{t+1}f_i$ avec les ${}^{t}f_i$

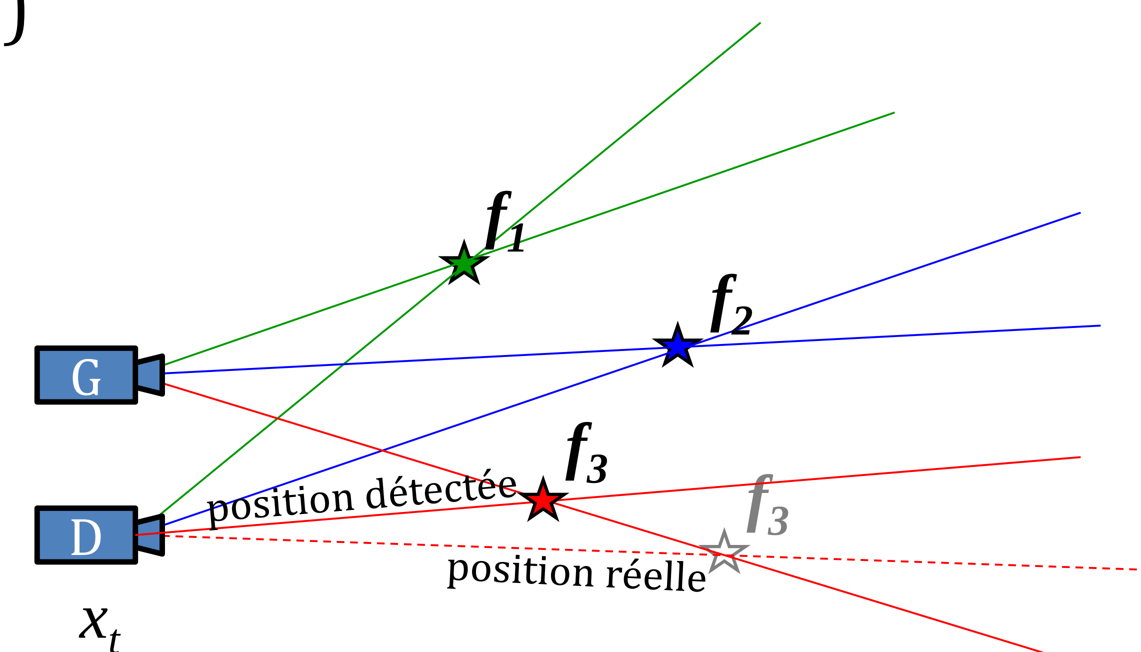


# Cas Réel

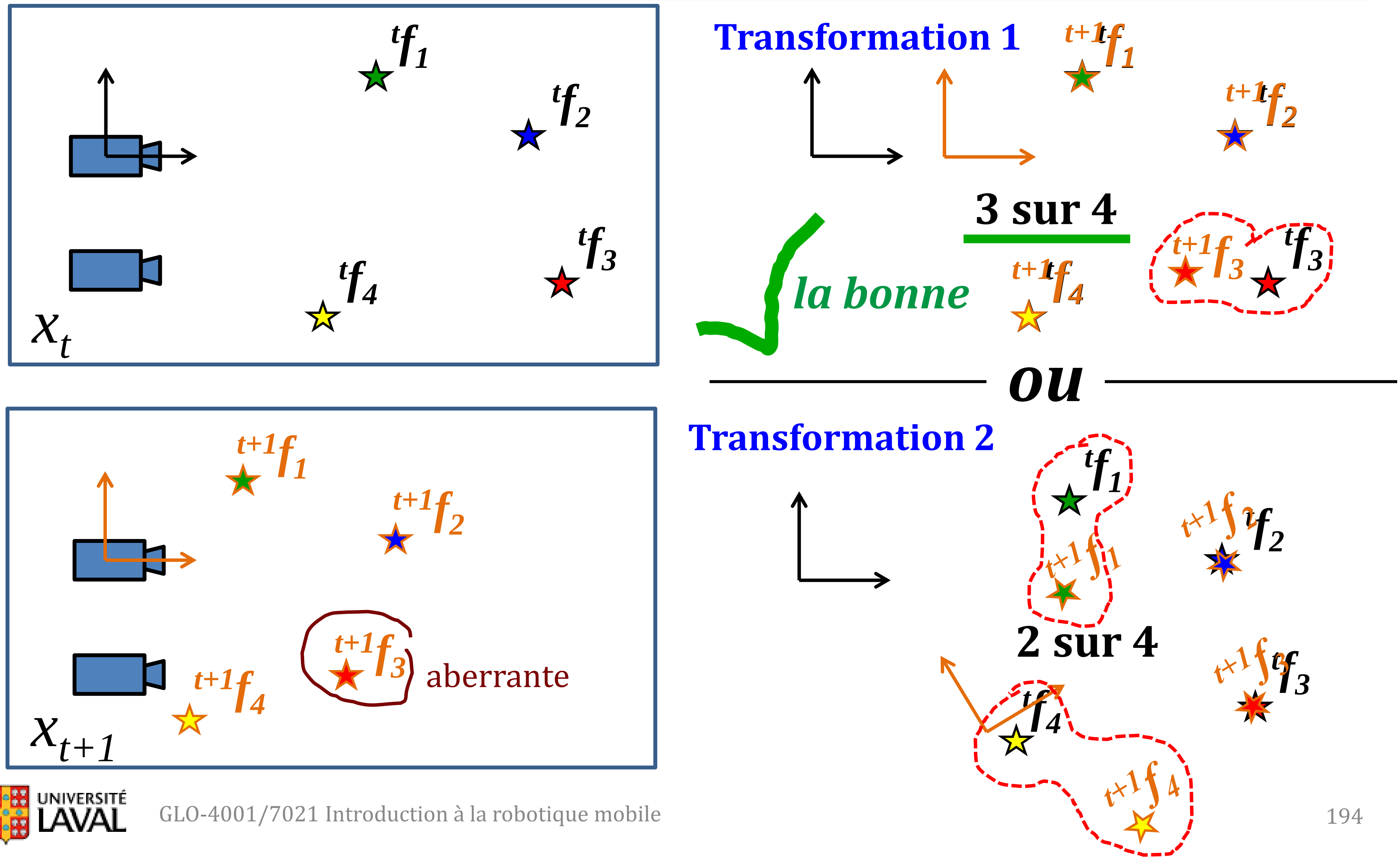
- Dans la réalité, il va y avoir des incertitudes
  - position (pixel)→angles (variation approx. normale)
  - erreur dans l'appariement des *features* $f_i$ : données aberrantes (outliers)

*mauvaise assignation de $f_3$ dans $I_D$*

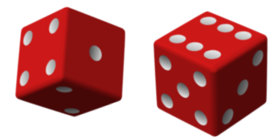


# Cas avec 1/4 donnée aberrante



# RANSAC : RANdom SAmple Consensus

- Proposé par Fischler et Bolles en 1981
- Méta-algorithme probabiliste 
- Permet des régressions (*fit*) très robuste de modèle, malgré présence de nombreuses données aberrantes
- Cité 22 225 fois (en date du 30 septembre 2019)
  – incontournable!

UNIVERSITÉ LAVAL

M.A. Fischler and R.C. Bolles. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6):381–395, 1981.

# RANSAC : RANdom SAmple Consensus

- Connait le modèle et le nombre $N_{min}$ de points requis pour un *fit*
  - ligne : 2 points

**Algorithm 1** RANSAC

1: Select randomly the minimum number of points required to determine the model parameters $N_{min}$
2: Solve for the parameters of the model.
3: Determine how many points from the set of all points fit with a predefined tolerance $\varepsilon_{Tol}$.
4: If the fraction of the number of inliers over the total number points in the set exceeds a predefined threshold $\tau$, re-estimate the model parameters using all the identified inliers and terminate.
5: Otherwise, repeat steps 1 through 4 (maximum of $N$ times). $N \approx \frac{1}{w^{N_{\min}}}$ $w$ = prob. inlier

Variante : on peut aussi faire toutes les $N$ itérations, et garder le modèle avec le plus grand nombre d'*inliers*

Tester toutes les combinaisons possibles : $k$ parmi $n = \binom{n = \#\textit{éléments}}{k = N_{\min}} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ : trop grand!

M.A. Fischler and R.C. Bolles. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6):381–395, 1981.

UNIVERSITÉ LAVAL

# Exemple RANSAC

série de mesures

ce qu'on cherche

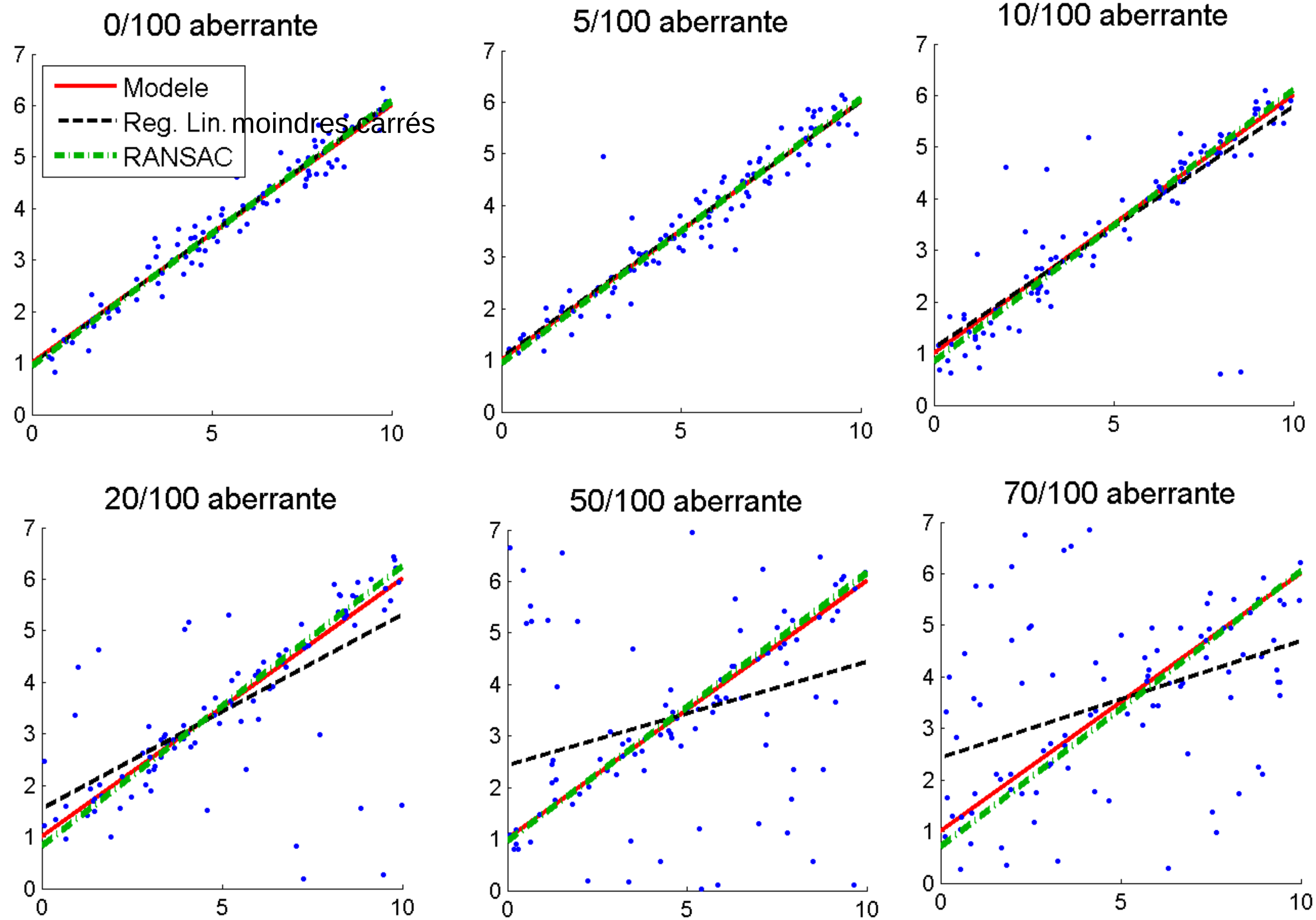
$$y = \underbrace{\mathbf{0.5x + 1}}_{\text{ce qu'on cherche}} + \varepsilon_b$$

$$\varepsilon_b \sim N(0, 0.3^2)$$

en lien

*Param. RANSAC*

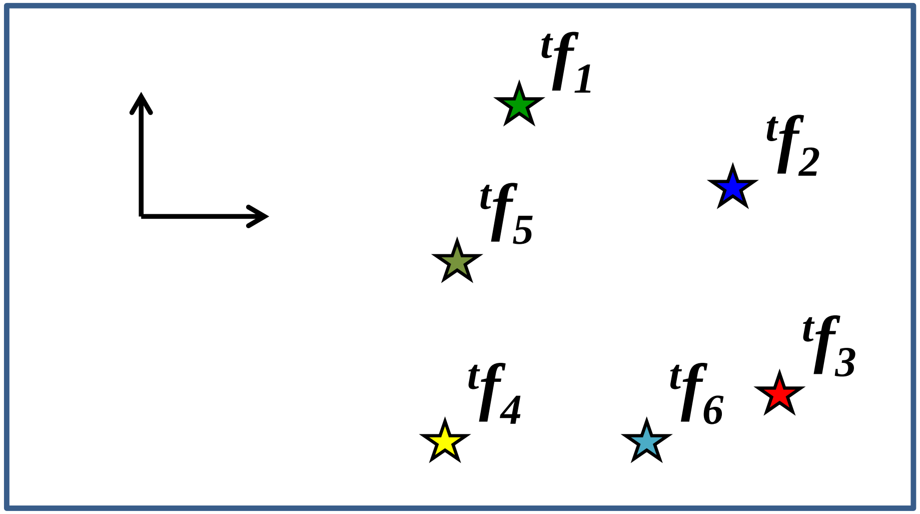
$N_{min} = 2$
#iter N = 300
$\varepsilon_{Tol}$ = 1.0
Ratio inliers $\tau$=10%

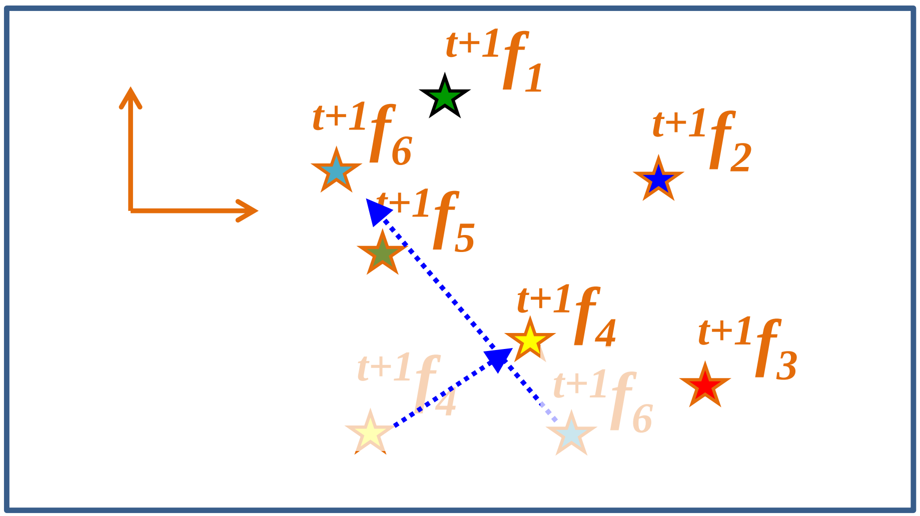



UNIVERSITÉ LAVAL

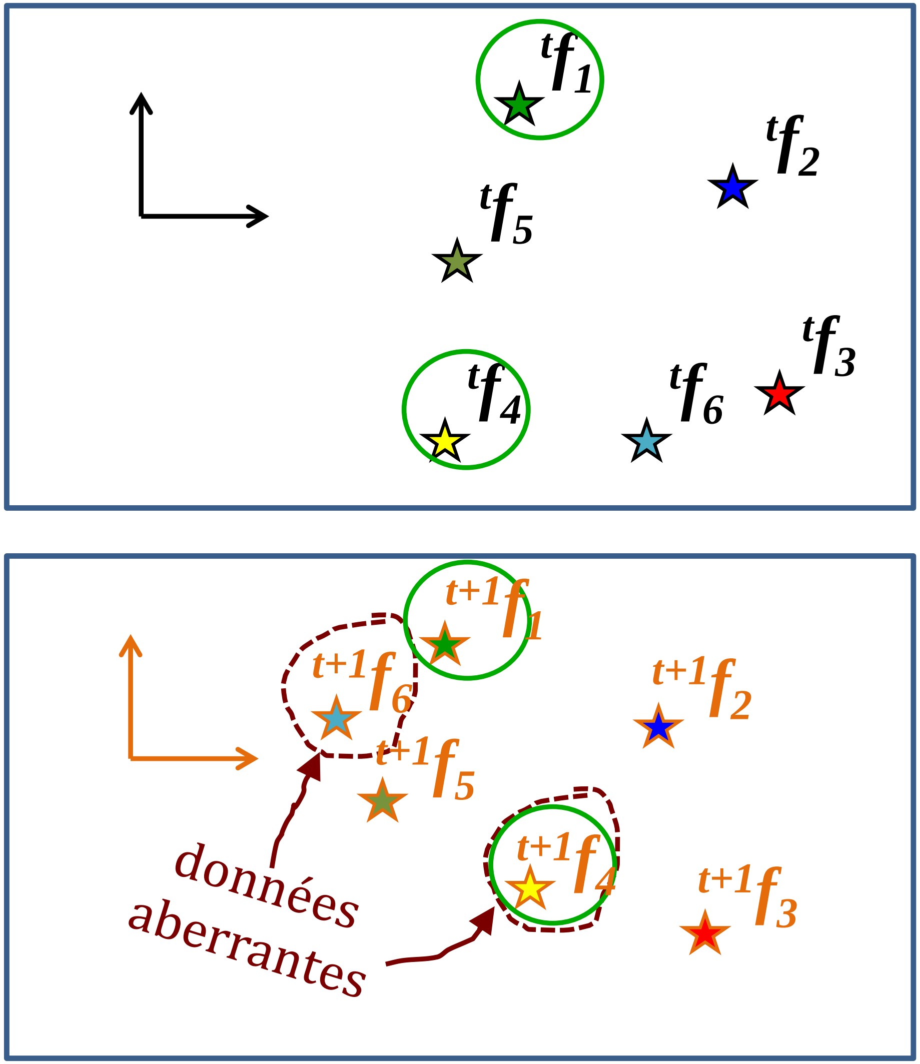
*Note : hypothèse sous-jacente des moindres carrés : bruit gaussien.*

# RANSAC pour VO : Essai #1



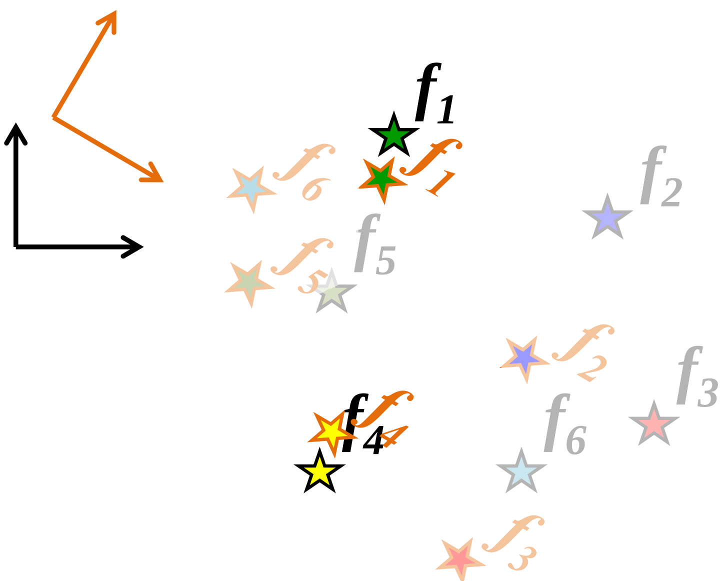



# RANSAC pour VO : Essai #1



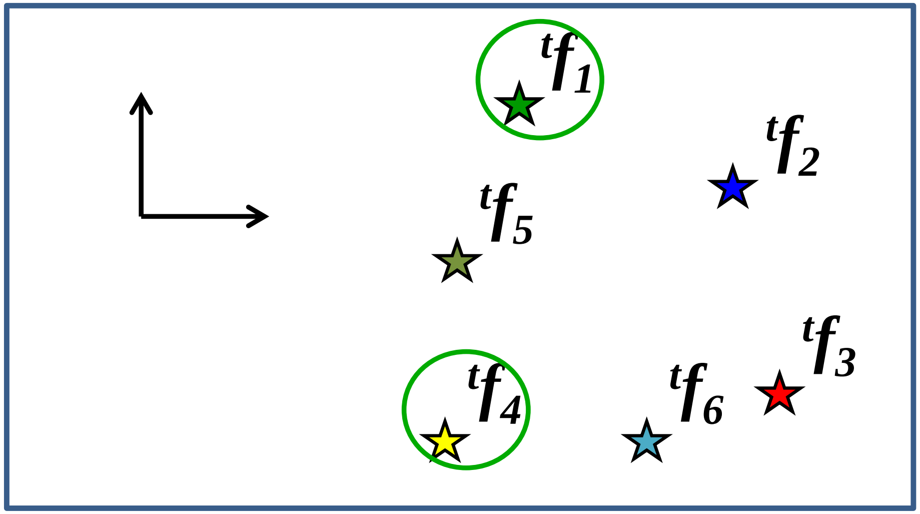

Pige 2* *features* au hasard : $f_1$ et $f_4$

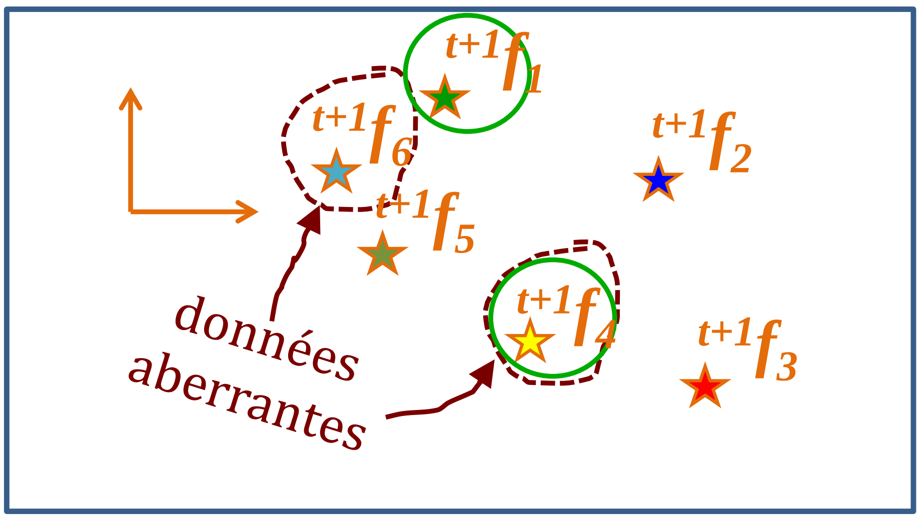
Trouve $\boldsymbol{T}$ et $\boldsymbol{R}$ pour les matcher




** besoin de seulement 2, car les $f_i$ ne sont pas anonymes*

# RANSAC pour VO : Essai #1

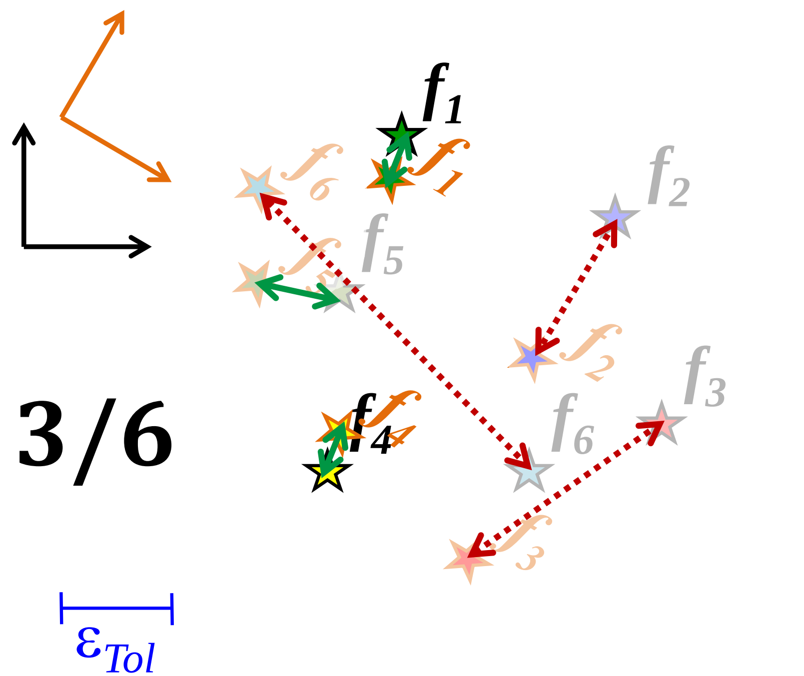



Pige 2* *features* au hasard : $f_1$ et $f_4$

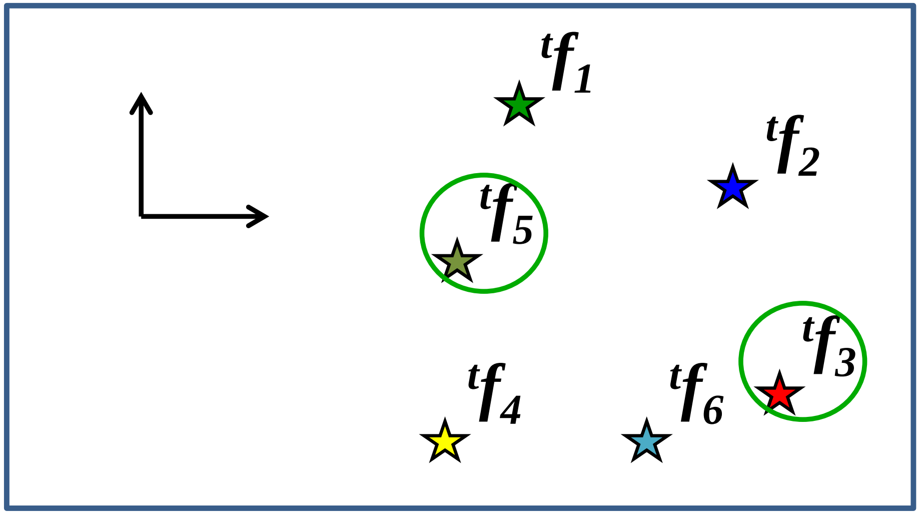
Trouve $\boldsymbol{T}$ et $\boldsymbol{R}$ pour les matcher

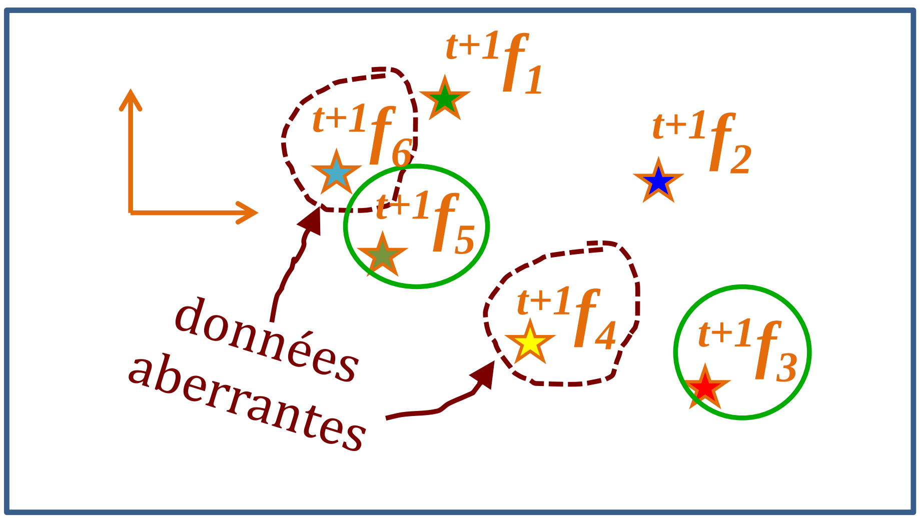
Compter les matchs < $\varepsilon_{Tol}$




** besoin de seulement 2, car les $f_i$ ne sont pas anonymes*

# RANSAC pour VO : Essai #2

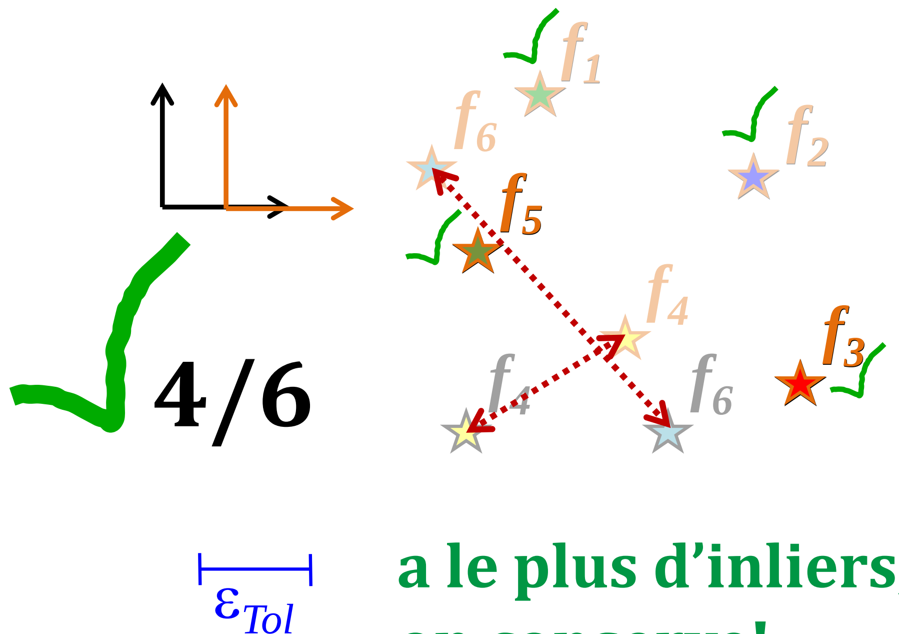



Pige 2 *features* au hasard : $f_3$ et $f_5$

Trouve ***T*** et ***R*** pour les matcher

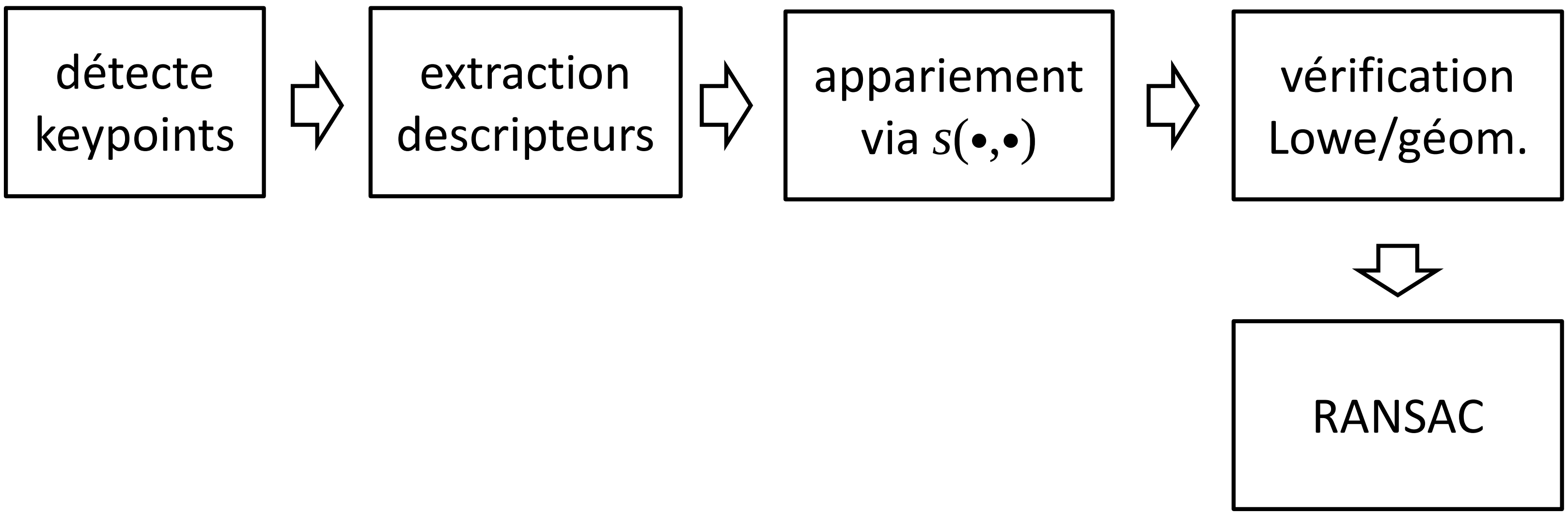
Compter les matchs < $\varepsilon_{Tol}$




**a le plus d'inliers, on conserve!**

# Pipeline *feature* visuel typique

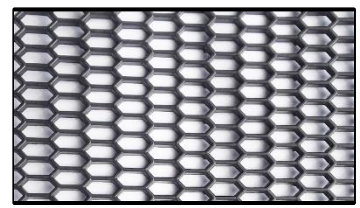
## Approche cascade



# Pipeline *feature* visuel typique

## Approche cascade

détecte keypoints → extraction descripteurs → appariement via $s(\bullet,\bullet)$



# Pipeline *feature* visuel typique

Importance d'avoir BEAUCOUP de *features* en partant!

détecte keypoints → extraction descripteurs → appariement via $s(\bullet,\bullet)$ → vérification Lowe/géom. → RANSAC

~1000 feat. (détecte keypoints)

~600 feat. (appariement via $s(\bullet,\bullet)$)

~400 feat. (vérification Lowe/géom.)

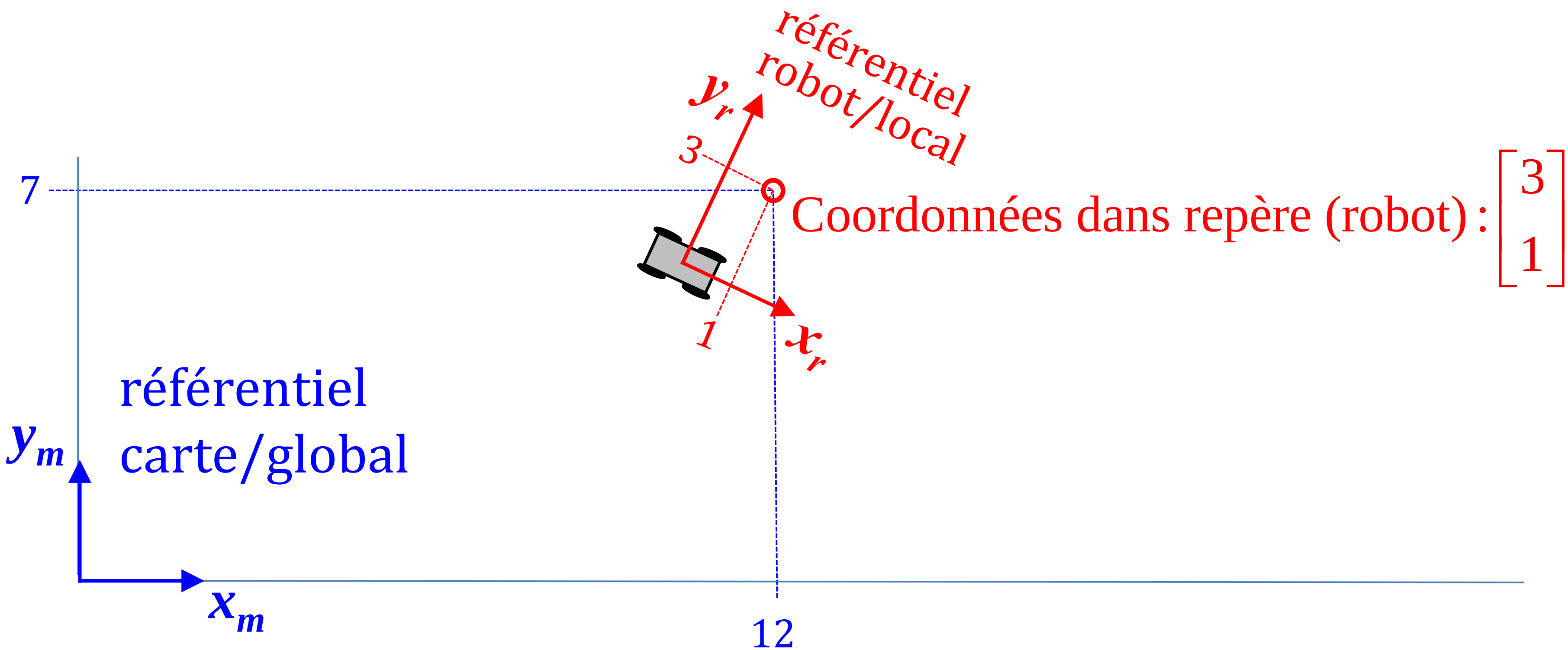
~100 feat. (RANSAC)

Rappel : écart-type de l'estimé diminue en $\frac{1}{\sqrt{N}}$

# Transformations géométriques : rotation et translation

# Repères

- En robotique, on doit constamment transférer des points d'un référentiel à un autre




Coordonnées globales du repère : $\begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}$

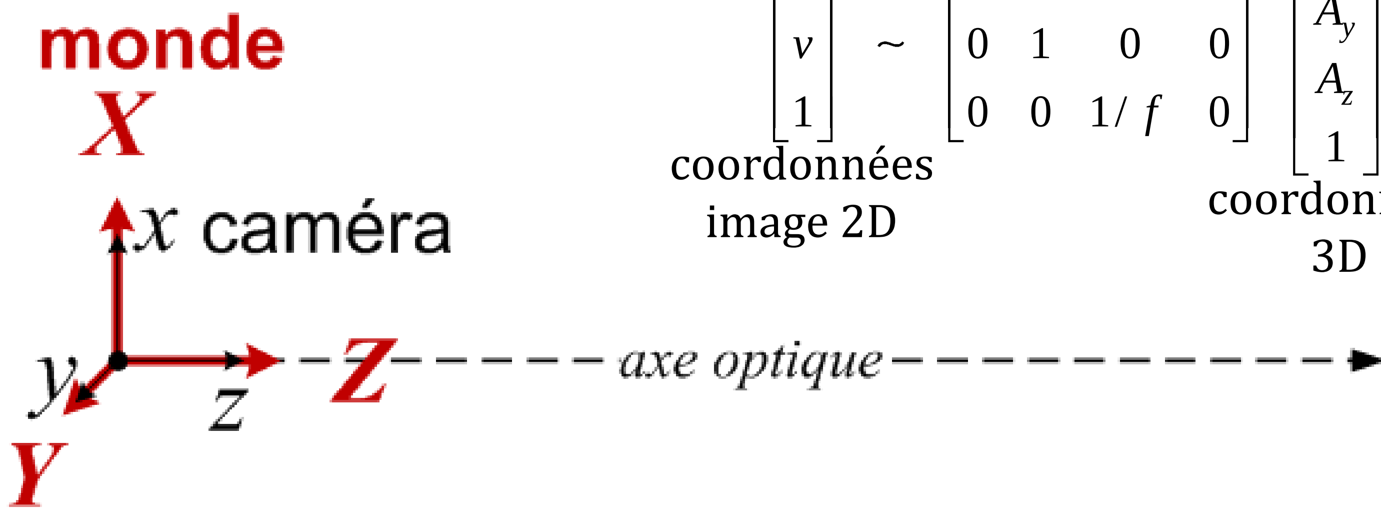
# Autre exemple : caméra

- Si les objets sont en coordonnées de la caméra, on peut facilement calculer une image

$$
\underset{A'}{\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}} \sim \underset{P}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{bmatrix}} \underset{A}{\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ 1 \end{bmatrix}}
$$

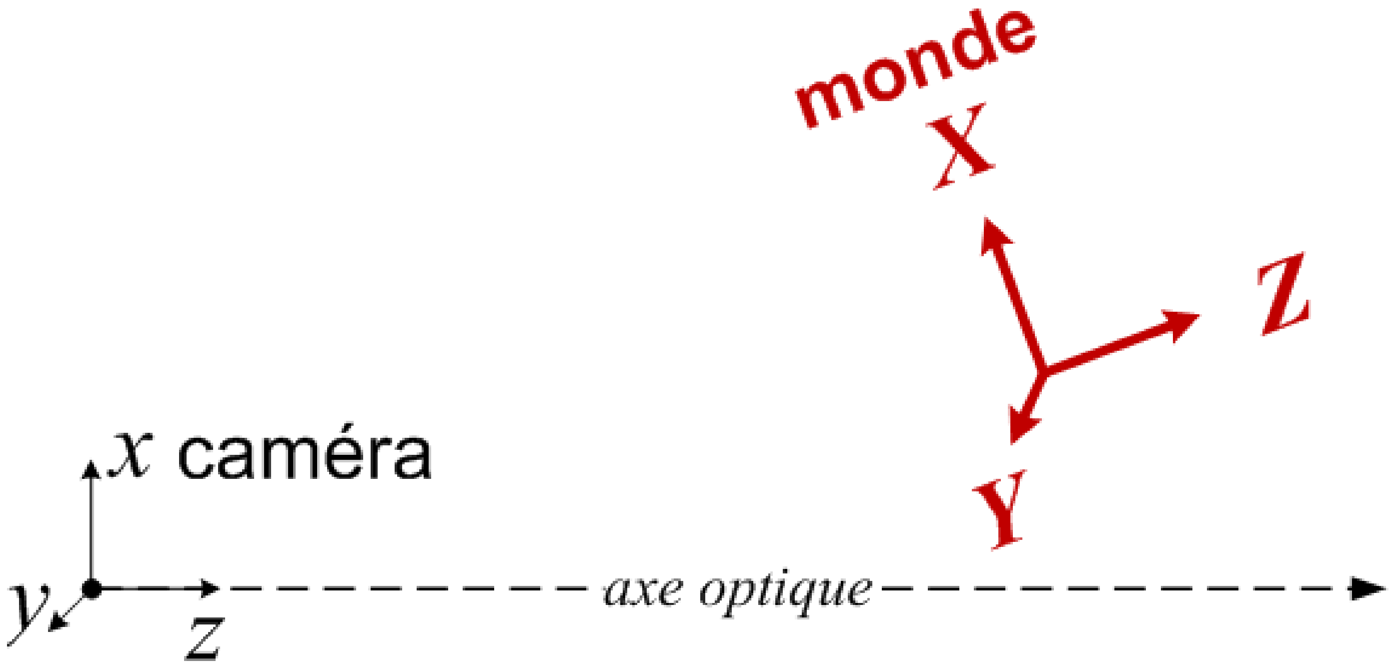
coordonnées image 2D

coordonnées 3D



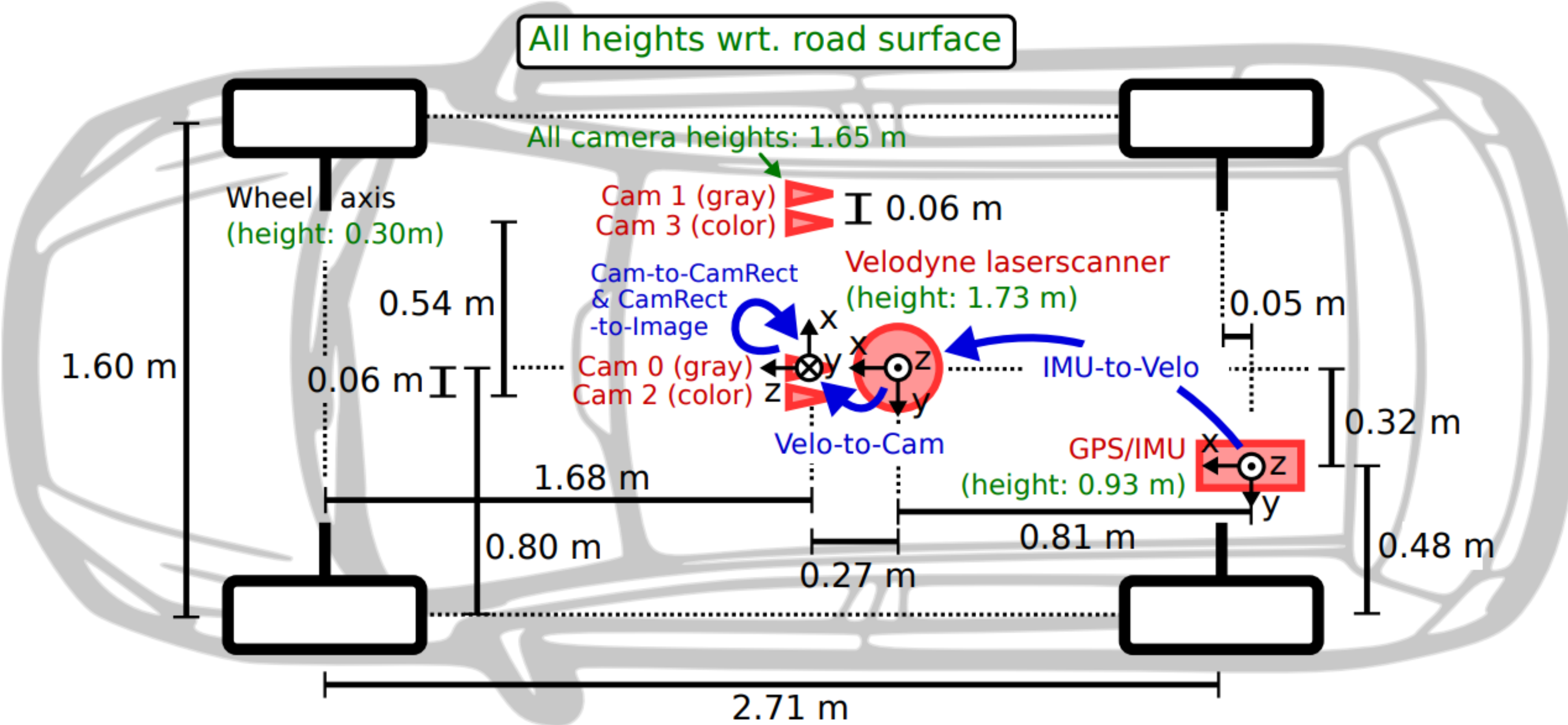
# Autre exemple : caméra

- Mais la caméra est sur le robot, qui se déplace…
  le référentiel du monde (global) ≠ référentiel caméra




- Il faut donc être capable d'exprimer un même point dans plusieurs référentiels, et de passer d'un à l'autre facilement.

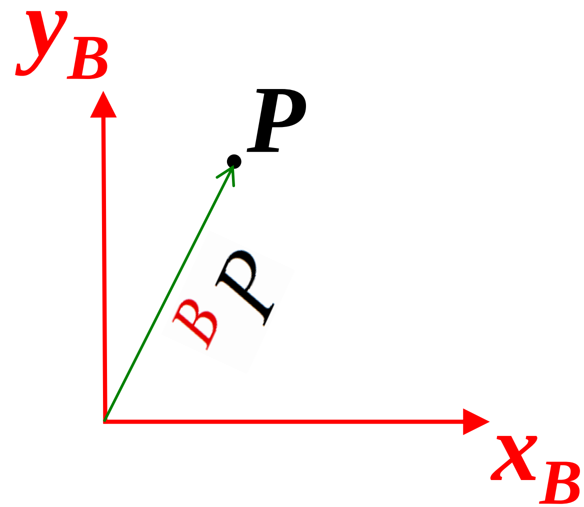
# Exemple : Kitti data set



# Convention sur la notation

- Point $P$ défini dans le repère $B$ :

$$\boxed{{}^{B}P}$$




- Position de $P$ est un vecteur partant de l'origine de $B$, selon les axes de $B$, et se terminant à $P$

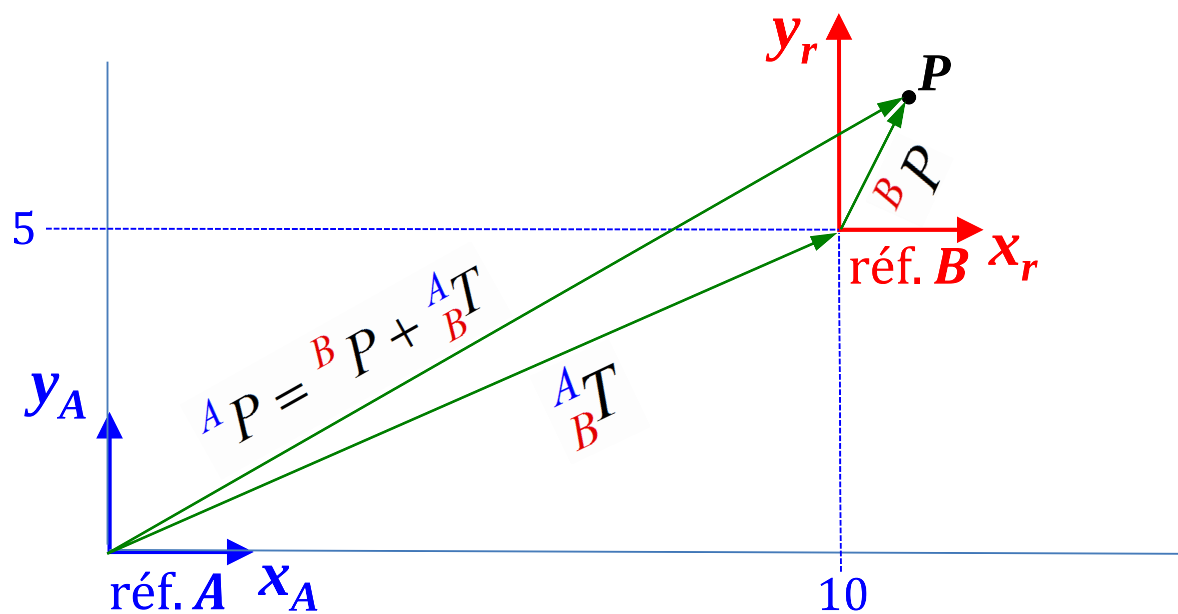
# Transformation pour repères translatés

- L'origine de $B$ est situé à la coordonnée (10,5) dans le repère $A$ : ${}^{A}_{B}T$
- La position de $\boldsymbol{P}$, exprimée dans le repère $A$, est donc l'addition des deux vecteurs ${}^{A}_{B}T$ et ${}^{B}P$ :

$$\boxed{{}^{A}P = {}^{B}P + {}^{A}_{B}T}$$

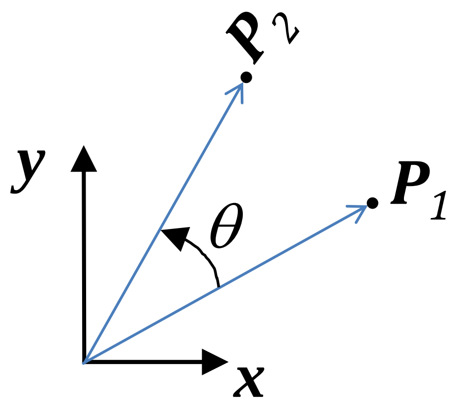
$$\begin{bmatrix} {}^{A}P_x \\ {}^{A}P_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{B}P_x \\ {}^{B}P_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{A}_{B}T_x \\ {}^{A}_{B}T_y \end{bmatrix}$$

**Fonctionne tant que les repères A et B ont la même orientation. Sinon, il faut ajouter des rotations.**



# Définition : rotation

- Correspond à déplacer un point (vecteur), avec une rotation **autour de l'origine**, d'un angle $\theta$ antihoraire



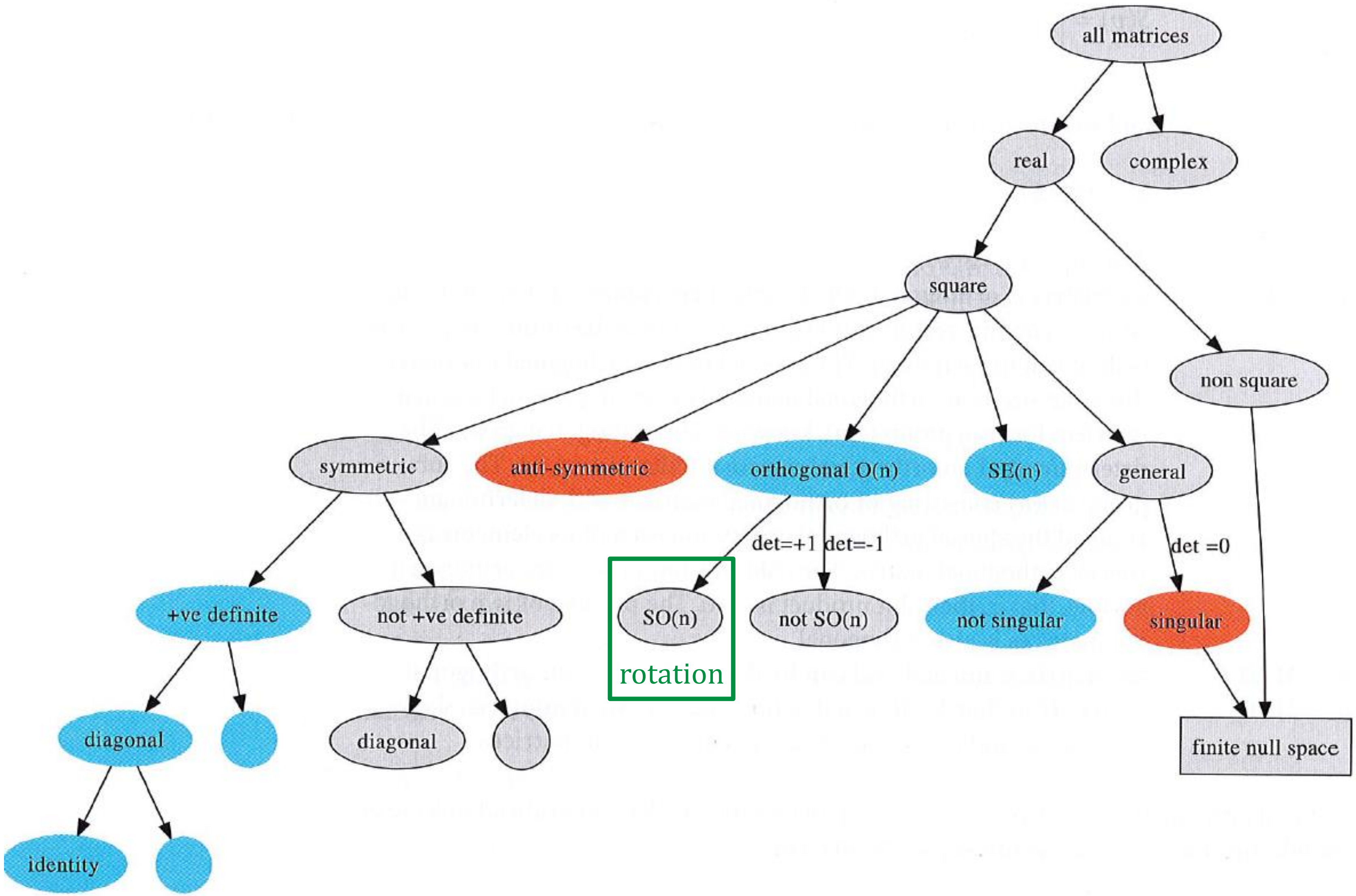

- Opération linéaire* : multiplication de matrice

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \qquad P_2 = RP_1$$

(prémultiplication)

*Le calcul des cos/sin n'est pas linéaire, mais l'application de la rotation R l'est*

# Rappel : taxonomie des matrices



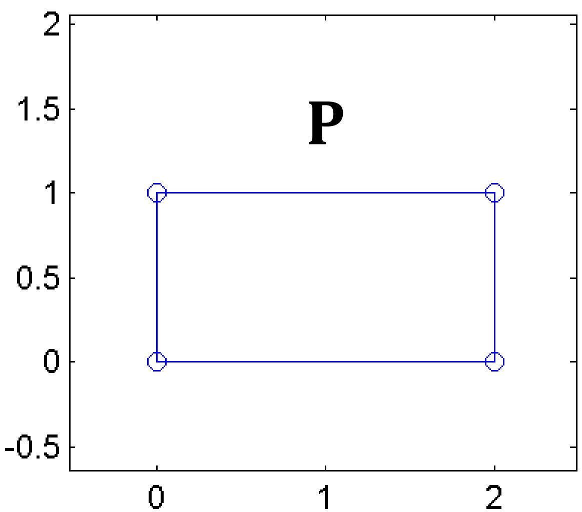

Tiré de *Robotics, Vision and Control*, P. Corke.

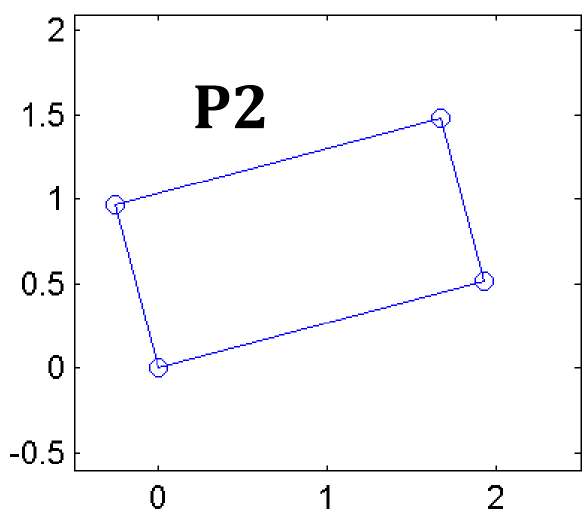
# Exemple rotation 2D

Rotation de $\theta = 15^o$ d'un rectangle autour de (0,0) :

on applique l'équation pour chaque point

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 15^o & -\sin 15^o \\ \sin 15^o & \cos 15^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9659 & -0.2588 \\ 0.2588 & 0.9659 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$



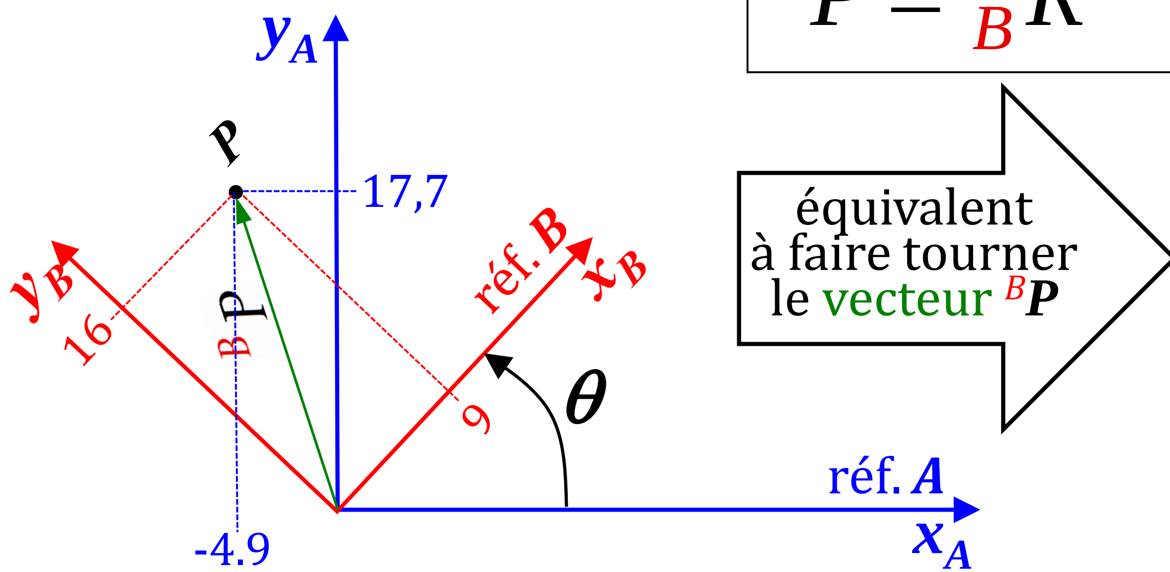

```
% Rotation d'un rectangle
P(:,1) = [0 0]';
P(:,2) = [2 0]';
P(:,3) = [2 1]';
P(:,4) = [0 1]';

angle = 15*pi/180; % radian
R = [cos(angle) -sin(angle) ; ...
     sin(angle)  cos(angle) ];

P2 = R*P; %rotat. sur tous les points
```

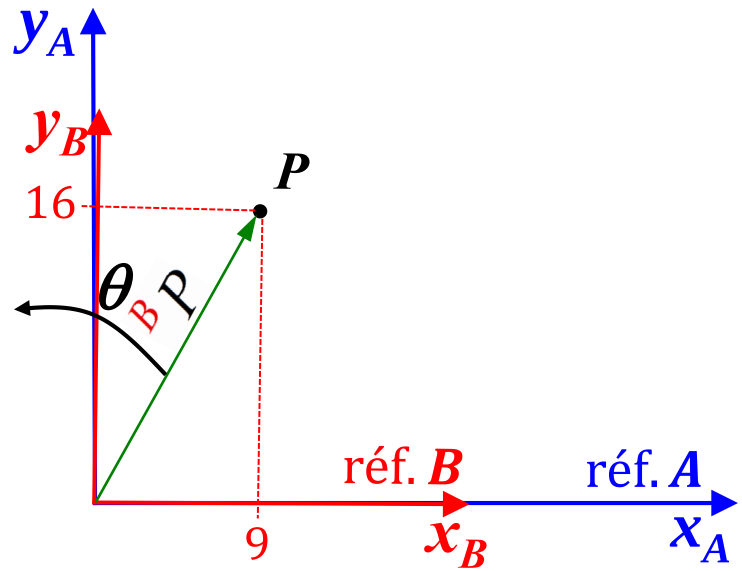
# Transformation pour des repères pivotés

- Soit le repère ***B*** pivoté de $\theta$=45° par rapport à ***A***.
- Soit un point ***P*** défini dans ce repère ***B*** : $^{B}\boldsymbol{P}$ =(9,16)
- Pour trouver $^{A}\boldsymbol{P}$, il suffit d'appliquer l'opérateur de rotation :

*(coordonnées de P dans le repère A)*

$$^{A}P = {}^{A}_{B}R \; {}^{B}P$$

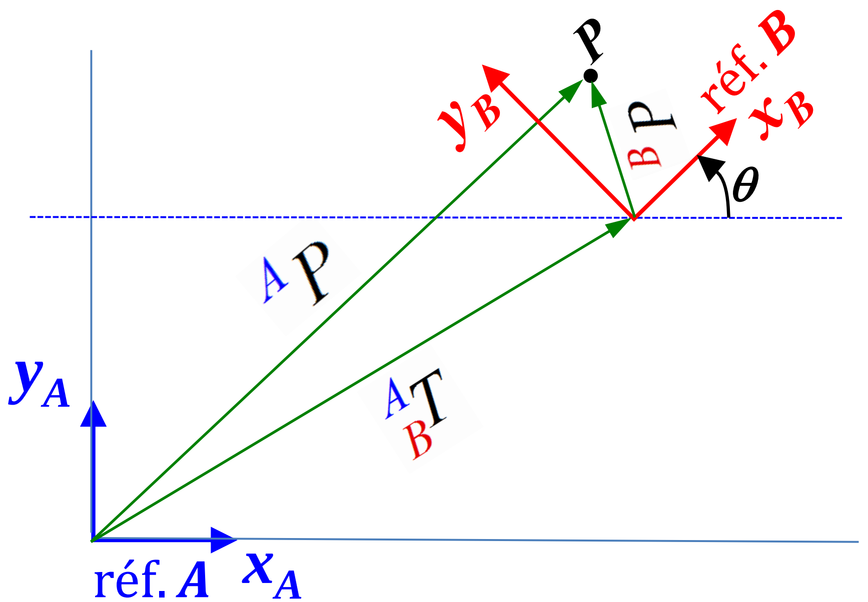



$$^{A}P = \begin{bmatrix} \cos(45^o) & -\sin(45^o) \\ \sin(45^o) & \cos(45^o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.9 \\ 17.7 \end{bmatrix}$$

# Transformation entre 2 repères

- On peut représenter toute transformation[1] par une rotation et une translation : cas général 2D/3D
- On a ${}^{B}P, \theta$ et ${}^{A}_{B}T$, on cherche ${}^{A}P$



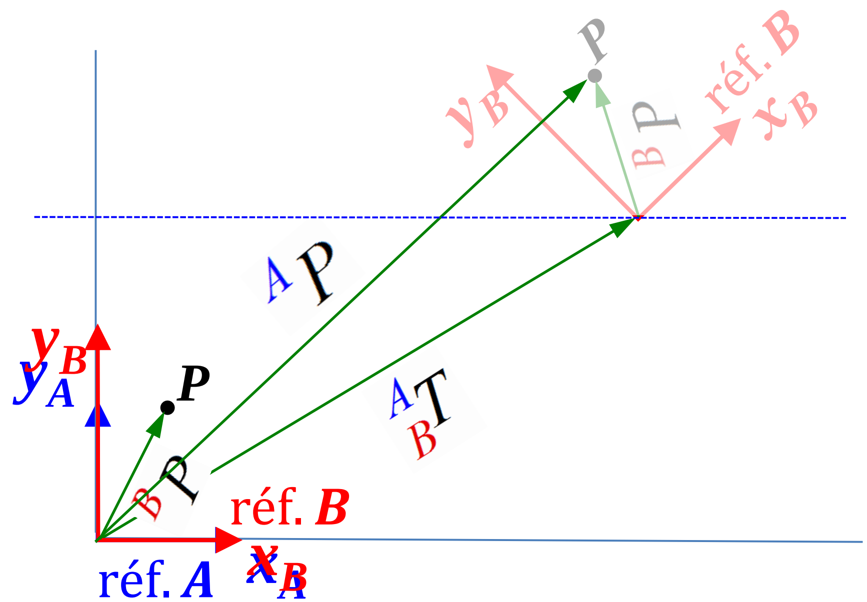

[1]ou une série de transformations

# Transformation entre 2 repères

- On peut représenter toute transformation[1] par une rotation et une translation : cas général 2D/3D
- On a ${}^{B}P$, $\theta$ et ${}^{A}_{B}T$, on cherche ${}^{A}P$
- Fait faire une rotation $\theta$ : ${}^{A}_{B}R$
- Puis la translation ${}^{A}_{B}T$

(Définir un repère $B$ par une combinaison de rotation et une de translation)

$$ {}^{A}P = \overbrace{{}^{A}_{B}R}^{\text{rotation}}\,{}^{B}P + \overbrace{{}^{A}_{B}T}^{\text{translation}} $$



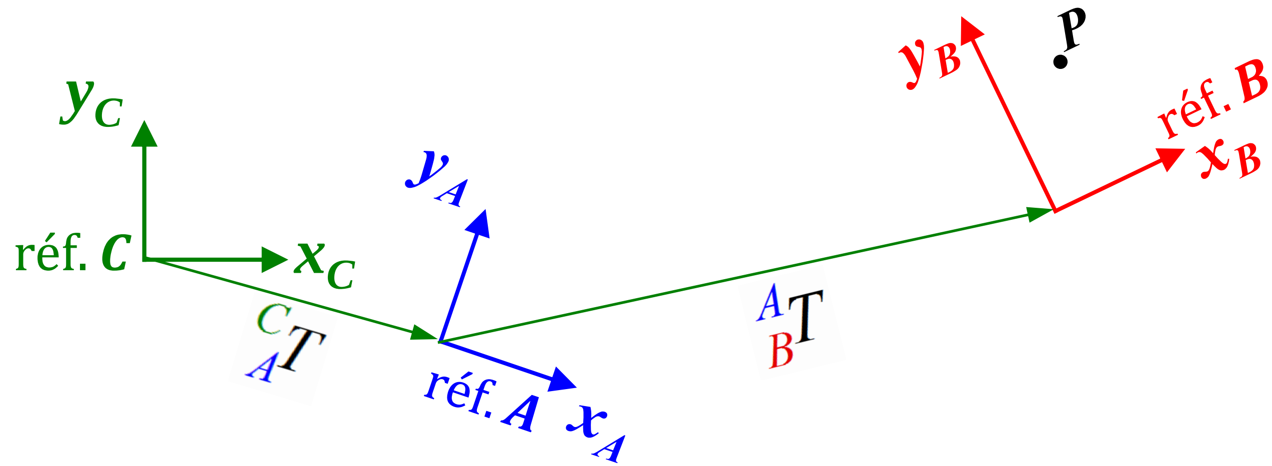

**L'ordre *R*, *T* est important!**

(la rotation ***R*** se fait autour de l'origine)

[1]ou une série de transformations

# Transformations : coordonnées cartésiennes

- Rotation : **multiplication**
- Translation : **addition**
- Chaînage d'opérations peu élégant




$${}^{C}P = {}^{C}_{A}R\,\left({}^{A}_{B}R\,{}^{B}P + {}^{A}_{B}T\right) + {}^{C}_{A}T$$

# Coordonnées homogène : translation 2D

- **Cartésien** : une translation est une addition

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{x1} \\ T_{y1} \end{bmatrix}$$

- **Homogène** : translation est une <u>multiplication</u>

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_{x1} \\ 0 & 1 & T_{y1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot x_1 + 0 \cdot y_1 + T_{x1} \cdot 1 \\ 0 \cdot x_1 + 1 \cdot y_1 + T_{y1} \cdot 1 \\ 0 \cdot x_1 + 0 \cdot y_1 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + T_{x1} \\ y_1 + T_{y1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = TP_1$$

# Coordonnées homogène : rotation 2D

- Rotation est encore une multiplication

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = RP_1$$

# Homogène : chaînage des opérations

- Que des **multiplications**!

$$\boldsymbol{P_2 = T_2 R_2 T_1 R_1 P}$$

- Combiner toutes les transformations dans une seule matrice $\boldsymbol{H}$

$$\boldsymbol{P_2 = HP} \text{ avec } \boldsymbol{H = T_2 R_2 T_1 R_1}$$

- *(rappel : toute transformation peut s'exprimer par une rotation et une translation, ici capturée dans **H**)*

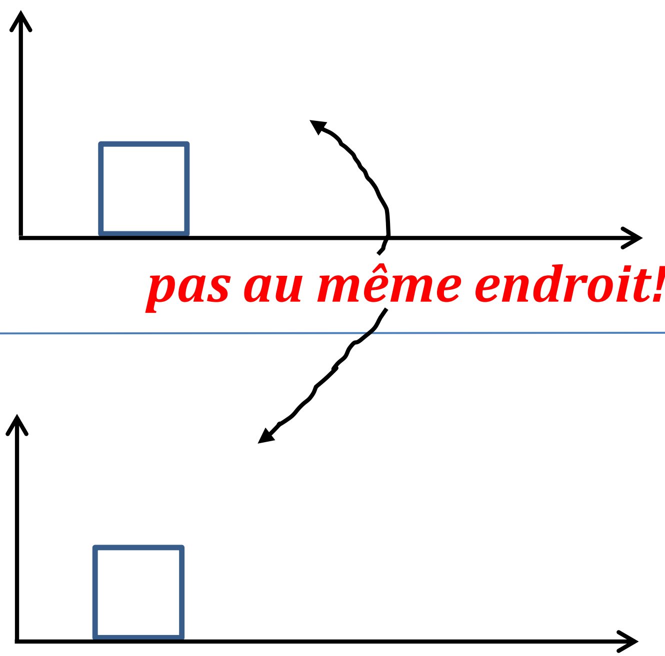
# Homogène : chaînage des opérations

- Importance de l'**ordre**

$P_2 = TRP$

*(multiplication des matrices n'est pas commutative)*

rotation : autour de l'origine




$P_3 = RTP$

rotation : autour de l'origine

$$\boxed{P_3 \neq P_2}$$

# *RT* vs. *TR*

- Plus naturel de faire ***TR*** que de faire ***RT***

sous-matrice rotation

vecteur translation

$$TR = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & T_x \\ \sin\theta & \cos\theta & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*couplage translation-rotation* ☹

$$RT = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & (T_x \cos\theta - T_y \sin\theta) \\ \sin\theta & \cos\theta & (T_x \sin\theta + T_y \cos\theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(À l'examen, cherchez les combinaisons ***TR***)

# Homogène : transformation 3D

rotation autour axe x
$$R_x(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & -\sin A & 0 \\ 0 & \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rotation autour axe y
$$R_y(A) = \begin{bmatrix} \cos A & 0 & \sin A & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin A & 0 & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*(certains manuels ont des erreurs)*

rotation autour axe z
$$R_z(A) = \begin{bmatrix} \cos A & -\sin A & 0 & 0 \\ \sin A & \cos A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

translation
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

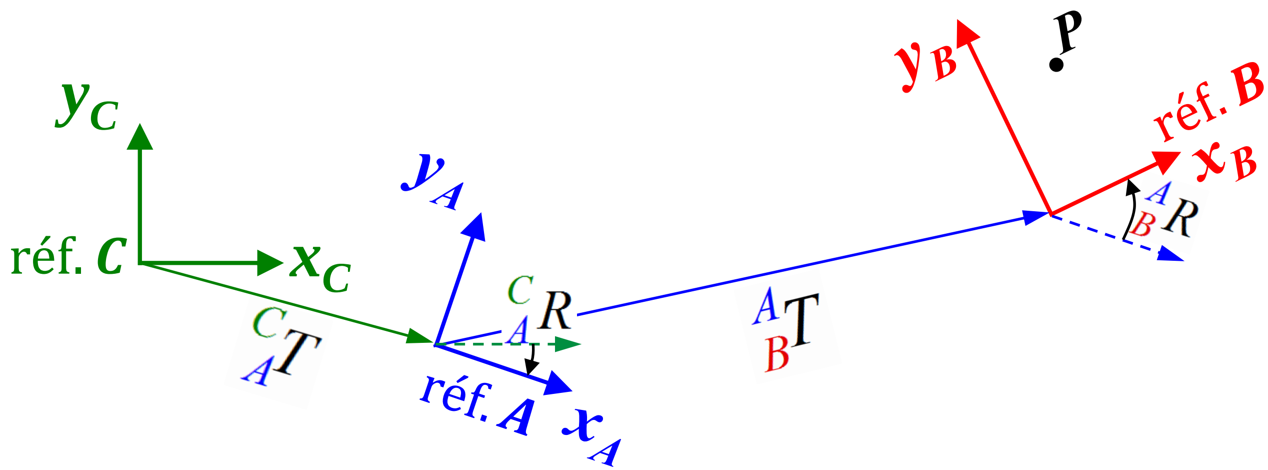
matrice rotation

vecteur translation

$$TR = \left[\begin{array}{ccc|c} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

# Transformations : coordonnées homogènes

- Rotation : **multiplication**
- Translation : **multiplication**
- Chaînage d'opération plus élégant :




$$ {}^{C}P = {}^{C}_{A}T\, {}^{C}_{A}R\, {}^{A}_{B}T\, {}^{A}_{B}R\, {}^{B}P $$

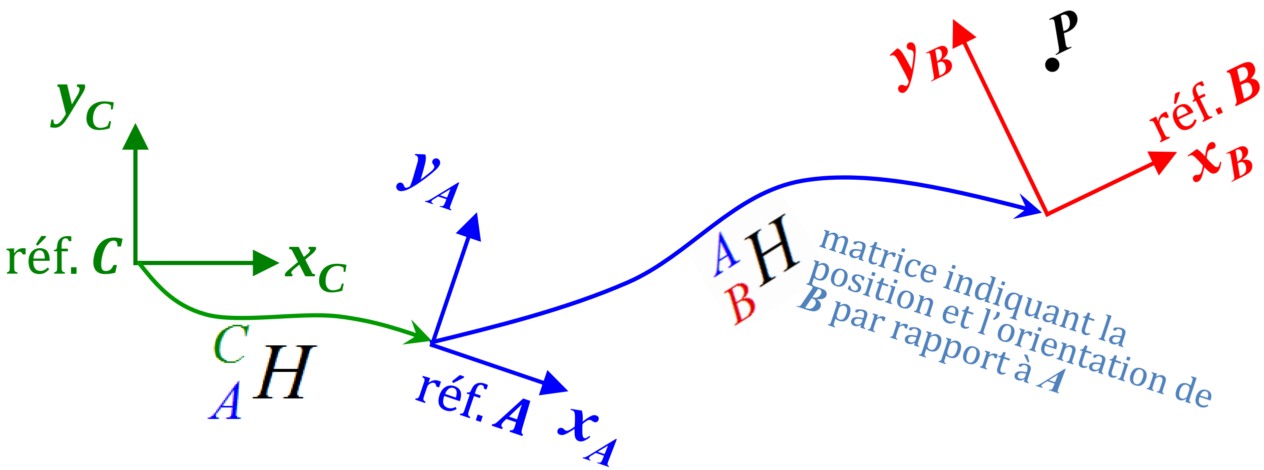
# Transformations : coordonnées homogènes

- Peut combiner ***T*** et ***R*** dans une seule matrice de transformation : ***H=TR***

*Rappel :*

rotation transl.

$$
{}^{A}_{B}H = \left[\begin{array}{ccc|c} R_{11} & R_{12} & R_{13} & T_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & T_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$




$$
{}^{C}P = {}^{C}_{A}H\, \overbrace{\boxed{{}^{A}_{B}H\, {}^{B}P}}^{\text{coordonnées A}}
$$

# Sens des transformations

- On peut facilement trouver les transformations inverses. Supposons qu'on connaisse ${}^{A}_{B}H$

$${}^{B}P = {}^{B}_{A}H \; {}^{A}P$$

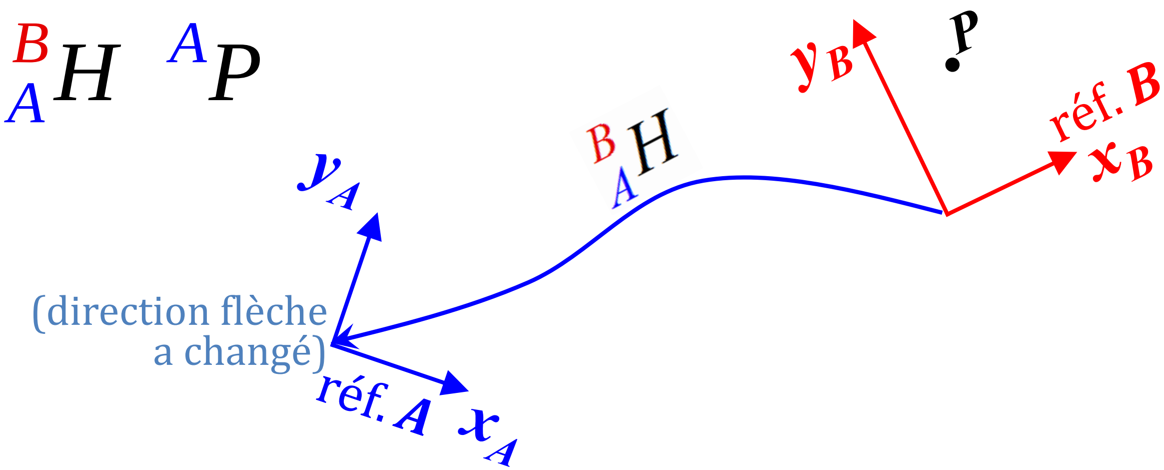
On cherche

$${}^{B}_{A}H^{-1} \; {}^{B}P = {}^{B}_{A}H^{-1} \; {}^{B}_{A}H \; {}^{A}P$$

$${}^{B}_{A}H^{-1} \; {}^{B}P = {}^{A}P$$

Or, ${}^{A}_{B}H \; {}^{B}P = {}^{A}P$

Donc $\boxed{{}^{B}_{A}H = {}^{A}_{B}H^{-1}}$



# Sens des rotations

- Profitez des propriétés de certaines matrices!
- Soit : ${}^{A}_{B}H = {}^{A}_{B}T \;\; {}^{A}_{B}R$
- Quel est l'inverse ${}^{B}_{A}H = {}^{A}_{B}H^{-1}$?

$$ {}^{A}_{B}H^{-1} = ({}^{A}_{B}T \;\; {}^{A}_{B}R)^{-1} = {}^{A}_{B}R^{-1} \;\; {}^{A}_{B}T^{-1} $$

***R*** est orthogonal (orthonormal)

$$ = {}^{A}_{B}R^{T} \;\; {}^{A}_{B}T^{-1} $$

propriété de ***T***

$$ T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -T_x \\ 0 & 1 & 0 & -T_y \\ 0 & 0 & 1 & -T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{B}_{A}H = {}^{A}_{B}R^{T} \, ({}^{B}_{A}T) $$

(ordre inverse, sens inverses)

# Exemple

Cherche ${}^{A}c$ $\quad {}^{A}c = {}^{A}_{B}T\,{}^{A}_{B}R\,{}^{B}c$

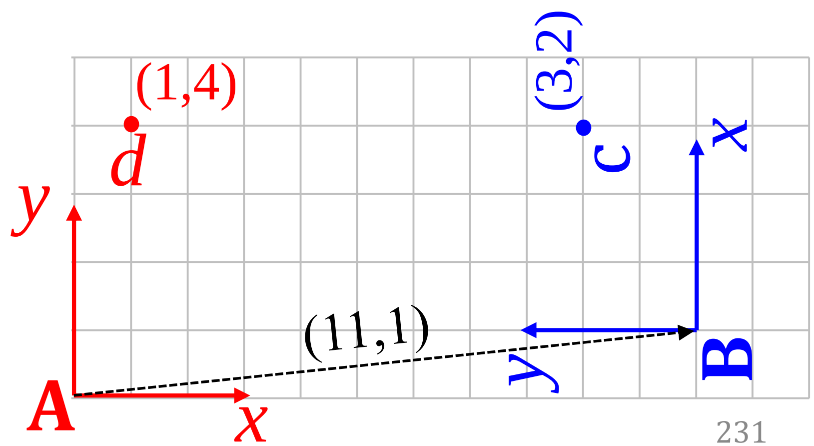
$${}^{A}_{B}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° & 0 \\ \sin 90° & \cos 90° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{A}c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Cherche ${}^{B}d$ $\quad {}^{B}d = {}^{B}_{A}T\,{}^{B}_{A}R\,{}^{A}d$

$${}^{B}_{A}T\,{}^{B}_{A}R = ({}^{A}_{B}T\,{}^{A}_{B}R)^{-1} = {}^{A}_{B}R^{-1}\,{}^{A}_{B}T^{-1}$$

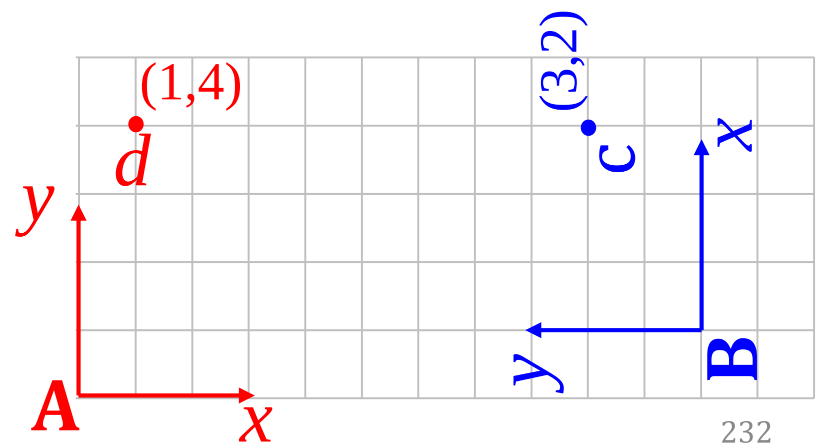
$${}^{A}_{B}R^{-1} = {}^{A}_{B}R^{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{A}_{B}T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -11 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{B}d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -10 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$



# Exemple (autre point de vue)

- Exemple précédent : on connaissait la position et l'orientation de ***B*** par rapport à ***A***
- Refaire mais en connaissant la position et l'orientation de ***A*** par rapport à ***B***



# Exemple (autre point de vue)

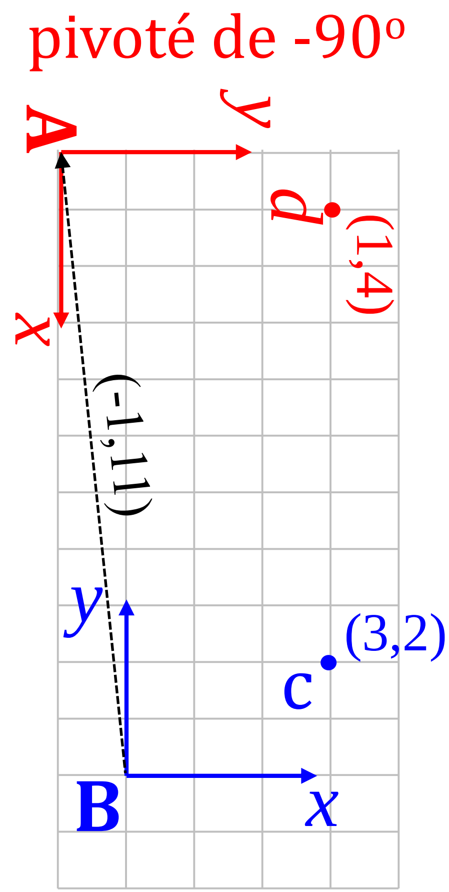
Cherche ${}^{B}d$ ${}^{B}d = {}^{B}_{A}T \, {}^{B}_{A}R \, {}^{A}d$

$$
{}^{B}_{A}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{B}_{A}R = \begin{bmatrix} \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) & 0 \\ \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

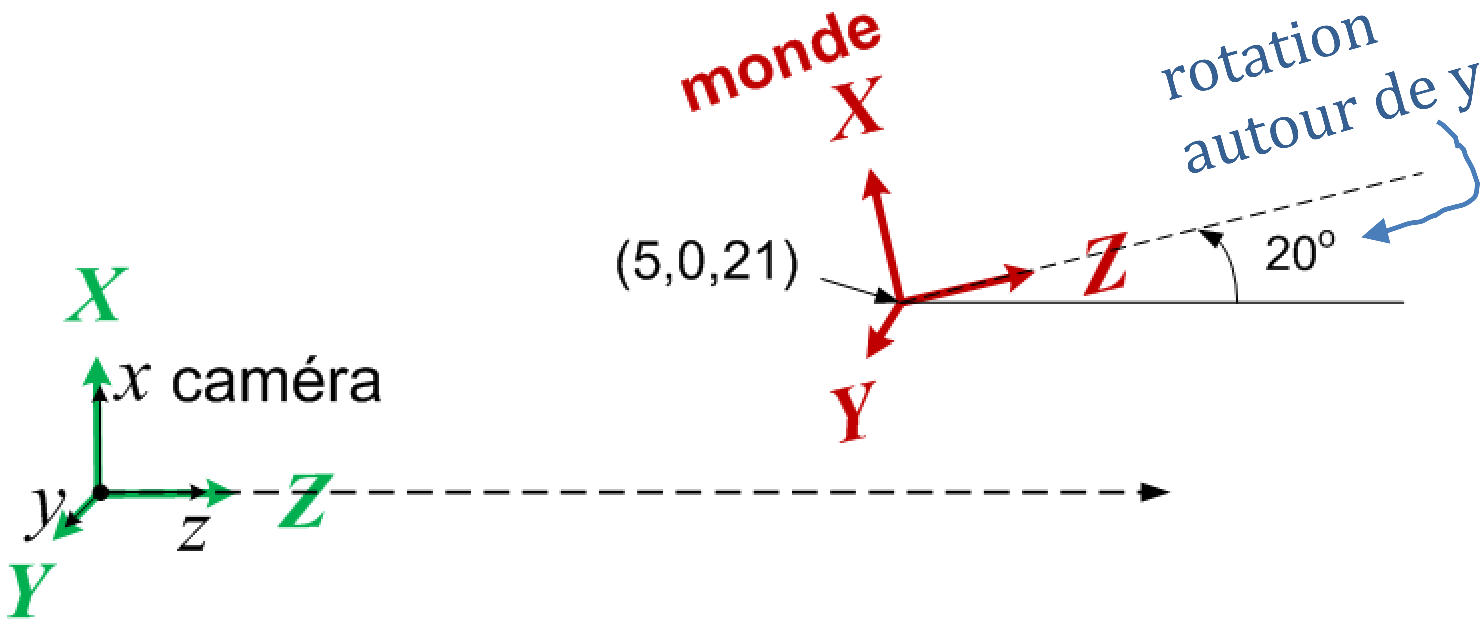
$$
{}^{B}d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

(même valeur qu'à
l'acétate précédente)



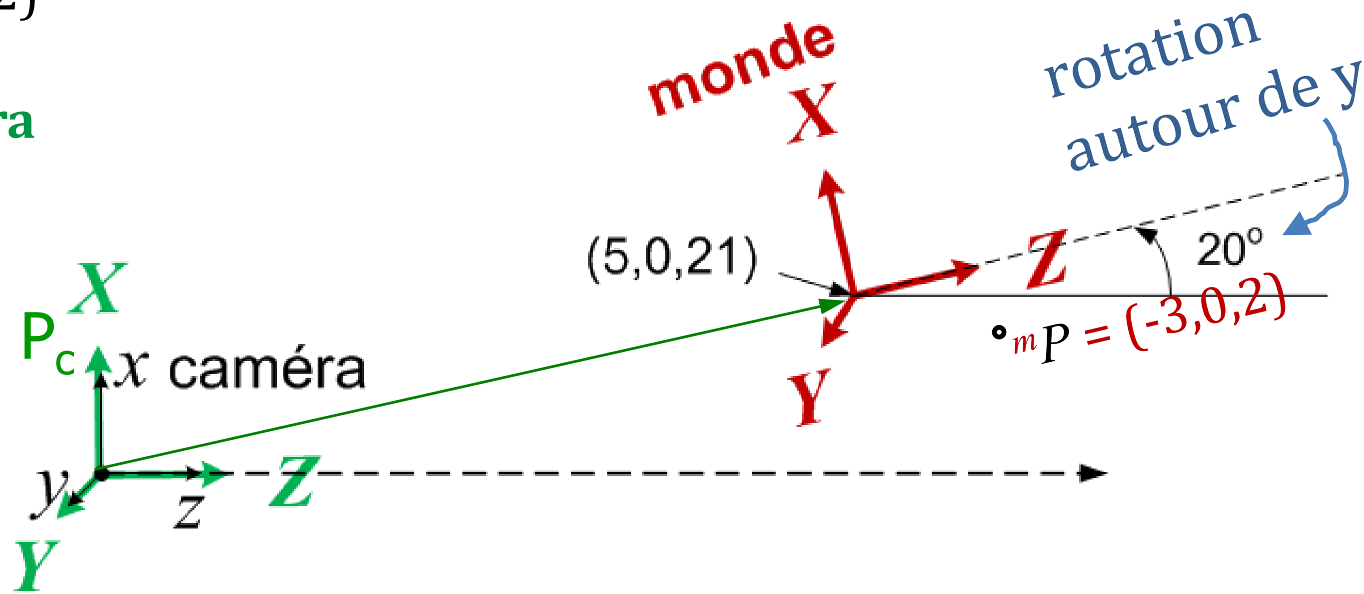
# Transformation monde → caméra

- Pour calculer l'endroit où un point dans le monde va se situer par rapport à la caméra, on trouve la transformation entre les deux référentiels



# Transformation monde → caméra

Transférer le point ${}^{m}P$ = (-3,0,2) dans le référentiel du **monde**, vers le référentiel de la **caméra**

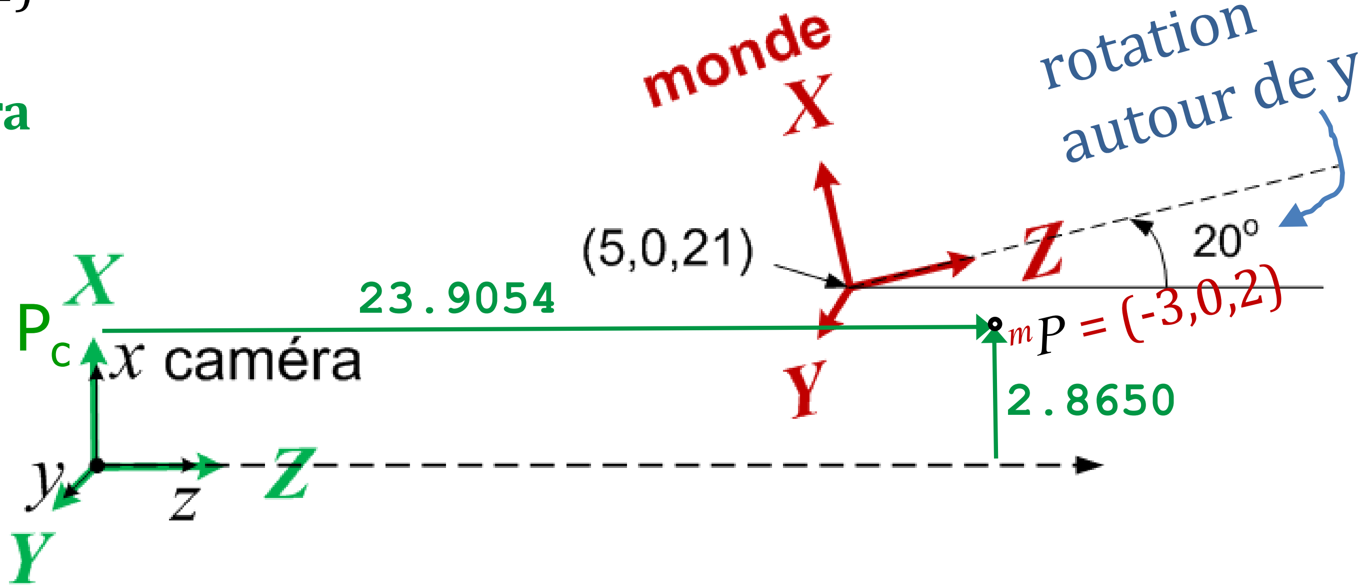



$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R_1 = R_y(20^\circ) = \begin{pmatrix} \cos 20^\circ & 0 & \sin 20^\circ & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 20^\circ & 0 & \cos 20^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Transformation monde → caméra

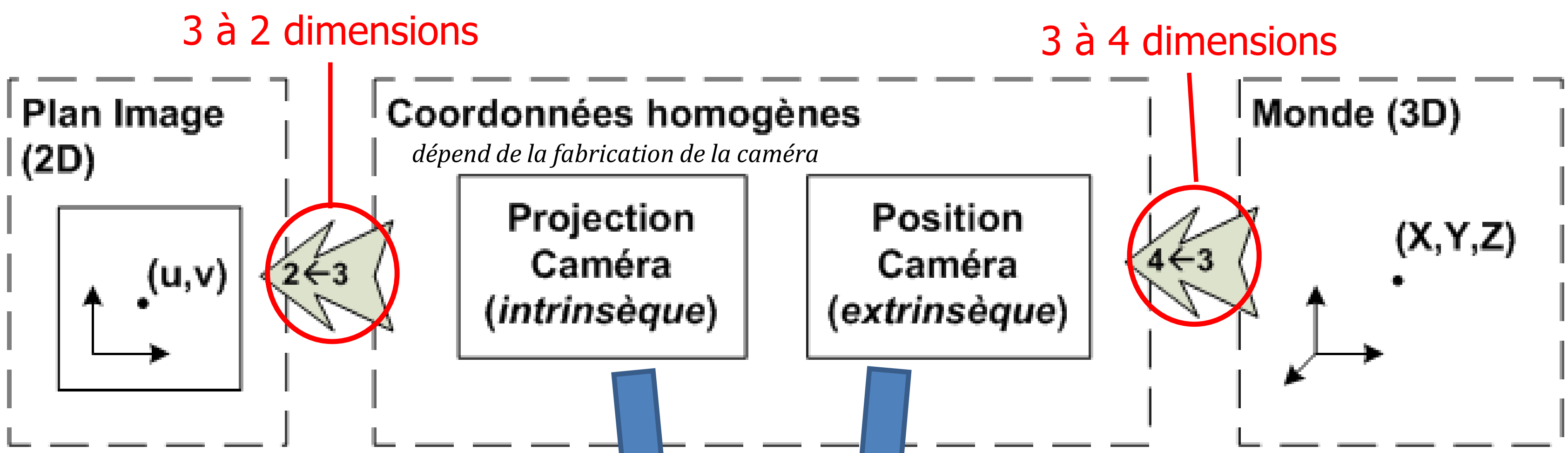
Transférer le point ${}^{m}P$ = (-3,0,2) dans le référentiel du **monde**, vers le référentiel de la **caméra**

```
Pm =
    -3
     0
     2
     1

R =
    0.9397         0    0.3420         0
         0    1.0000         0         0
   -0.3420         0    0.9397         0
         0         0         0    1.0000

T =
     1     0     0     5
     0     1     0     0
     0     0     1    21
     0     0     0     1

>> Pc = T*R*Pm

Pc =
    2.8650
         0
   23.9054
    1.0000
```




$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R_1 = R_y(20^o) = \begin{pmatrix} \cos 20^o & 0 & \sin 20^o & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 20^o & 0 & \cos 20^o & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

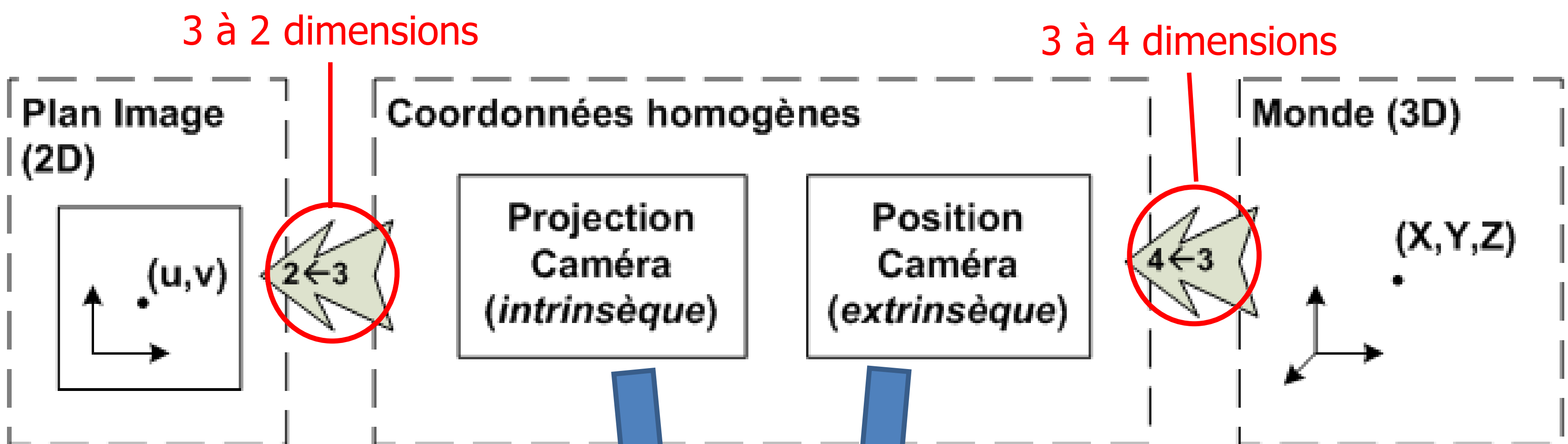
# Modèle Caméra (Homogène)




$$u = \frac{x_1}{x_3} \qquad v = \frac{x_2}{x_3}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

# Modèle Caméra plus complet




$$u = \frac{x_1}{x_3} \qquad v = \frac{x_2}{x_3}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}} \boxed{\begin{pmatrix} H \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

**À titre informatif**

$f$ = 1 pour simplifier

$(u_0,v_0)$ : point principal sur capteur

$\alpha$, $\beta$ : échelle x-y en pixel du capteur, idéalement $\alpha=\beta$

$\gamma$ : déformation entre axes du capteurs, idéalement $\gamma=0$