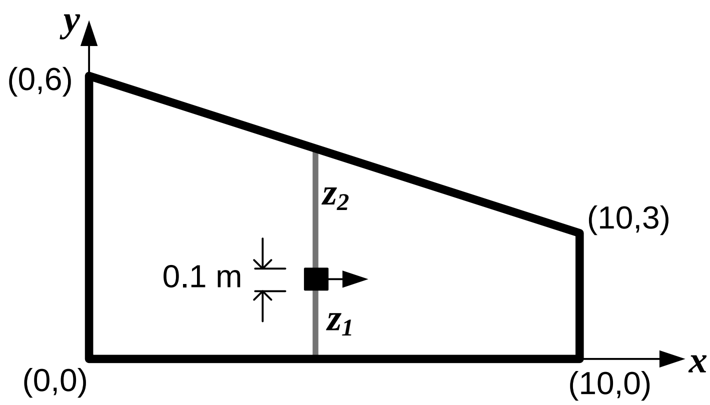
GLO-4001/GLO-7021
Introduction à la robotique mobile

Exemples de questions d'examens finaux
tirées des dernières années

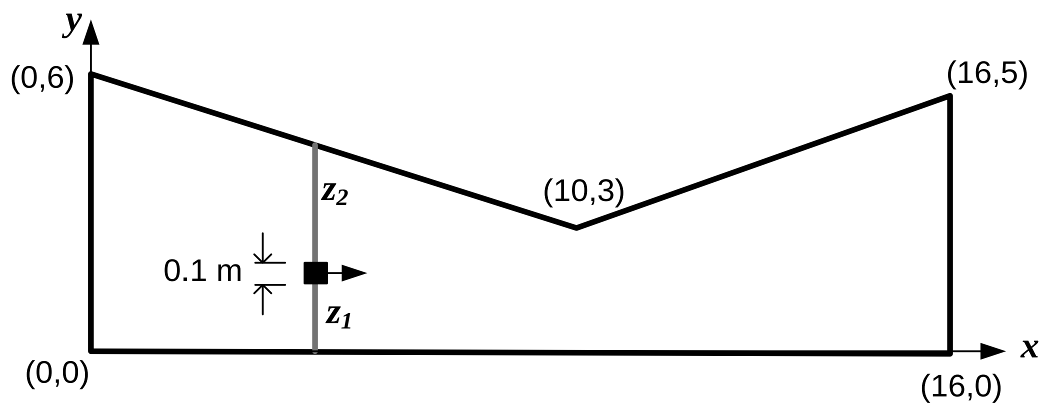
1) Soit un robot se déplaçant <u>uniquement</u> en $\boldsymbol{x}$ ou en $\boldsymbol{y}$. Il conserve donc toujours la même orientation $\boldsymbol{\theta} = 0$ degré, indiquée par la flèche noire. Le robot possède la carte de l'environnement. Cet environnement est décrit par un polygone de 4 côtés, avec la position des coins indiqués sur le graphique ci-dessous, en mètres. Le robot ne connaît pas sa position. Pour se localiser, le robot prend une mesure de distance par laser ($\boldsymbol{z_1}$ et $\boldsymbol{z_2}$) avec un laser pointant vers $+90^o$ et l'autre vers -90^o. Ces mesures sont corrompues par un bruit gaussien $\boldsymbol{\sigma_{laser}^2} = \boldsymbol{b^2}$. Le bruit $\boldsymbol{b}$ est de l'ordre du centimètre.



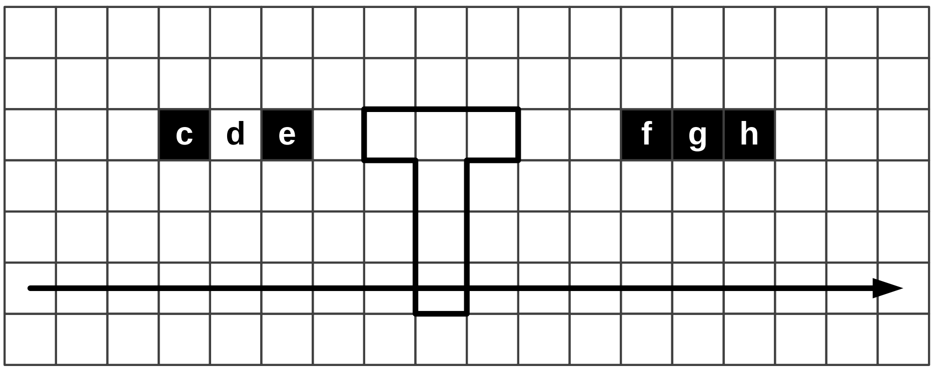
a) **(8 pts)** Quelles seront approximativement les variances σ_x^2 et σ_y^2 sur les estimés de la position du robot en $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$, si ces estimés sont possibles? Indiquez votre démarche et vos approximations, si nécessaire.

b) (3 pts) Toujours avec le même système, si maintenant un capteur externe vous donne la position du robot en $\boldsymbol{x}$ PARFAITEMENT, i.e. $\boldsymbol{\sigma_x^2}=0$, quel sera l'impact sur $\boldsymbol{\sigma_y^2}$?

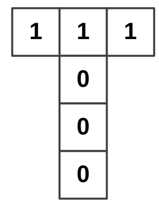
c) **(3 pts)** Le même robot est maintenant dans un environnement différent, et possède la nouvelle carte du monde ci-dessous. Le robot peut-il utiliser un filtre de Kalman Étendu pour cet environnement? Si oui, quels sont les restrictions?



2) **(5 pts)** Vous avez un robot équipé d'un sonar qui pointe sur le côté du robot. Le robot parcourt un mode plat qui contient 5 blocs identifiés c, e, f, g et h. Le robot se déplace par pas, et occupe toujours le centre d'une case : il ne peut donc pas se trouver à cheval entre deux cases. Le robot suit la trajectoire indiquée sur la carte. La forme en T au centre de la carte donne la couverture de son sonar. À chaque position, le robot peut prendre des mesures avec son sonar. L'orientation du sonar est fixe sur le robot, i.e. vous ne pouvez pas le tourner. Le robot ne peut pas tourner non plus.



i)

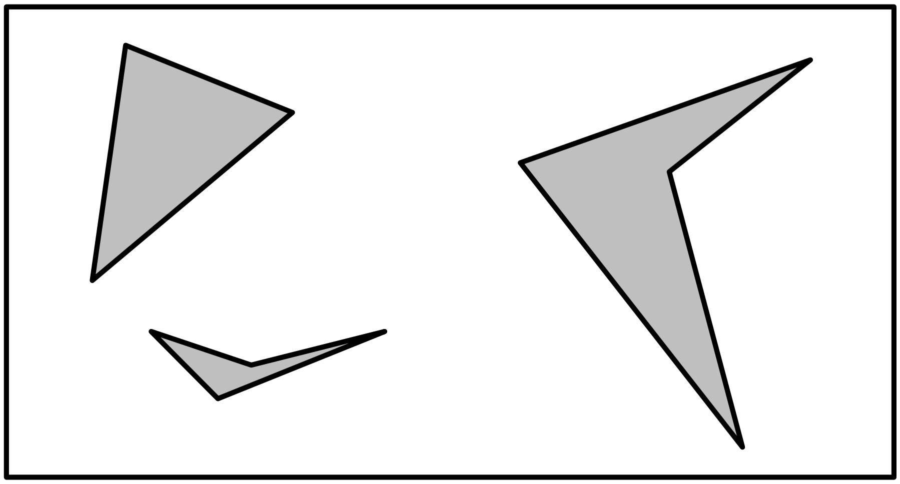


Pour la fonction de capteur $h_z(z|o)$ montrée à la figure *i)* et la trajectoire du robot, est-ce que le robot peut distinguer l'agencement **cde** de l'agencement **fgh**? Autrement dit, peut-il percevoir le trou **d**? Justifiez votre réponse.

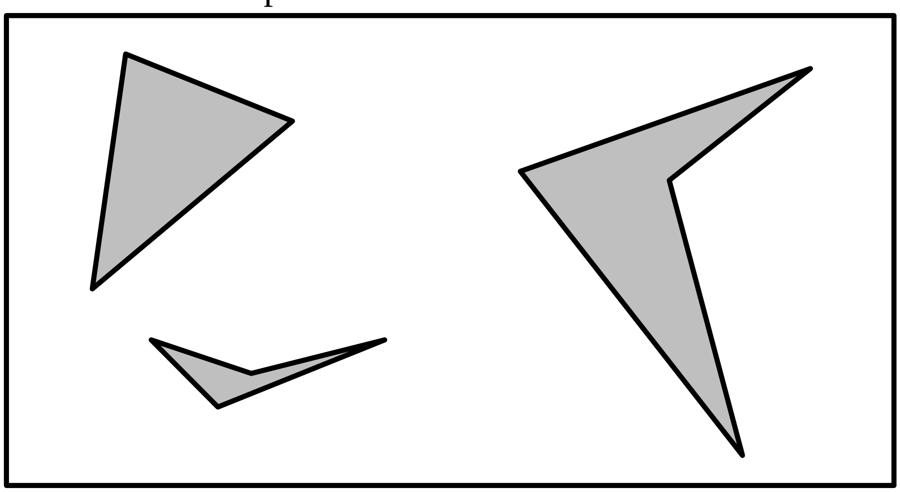
4) Discrétisation et planification

a) Faites les discrétisations demandées pour l'environnement ci-dessous.

Décomposition cellulaire verticale

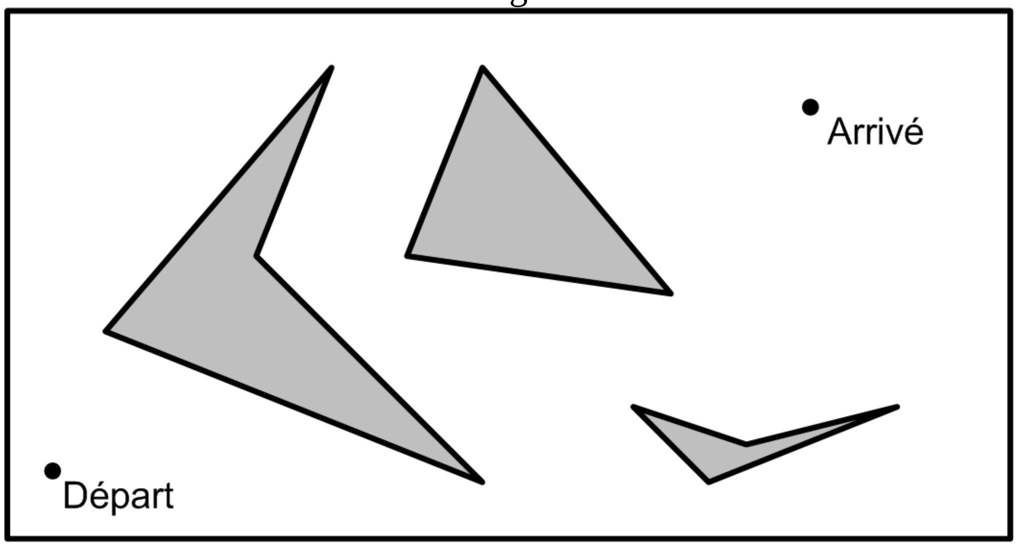


Graphe des visibilités restreintes

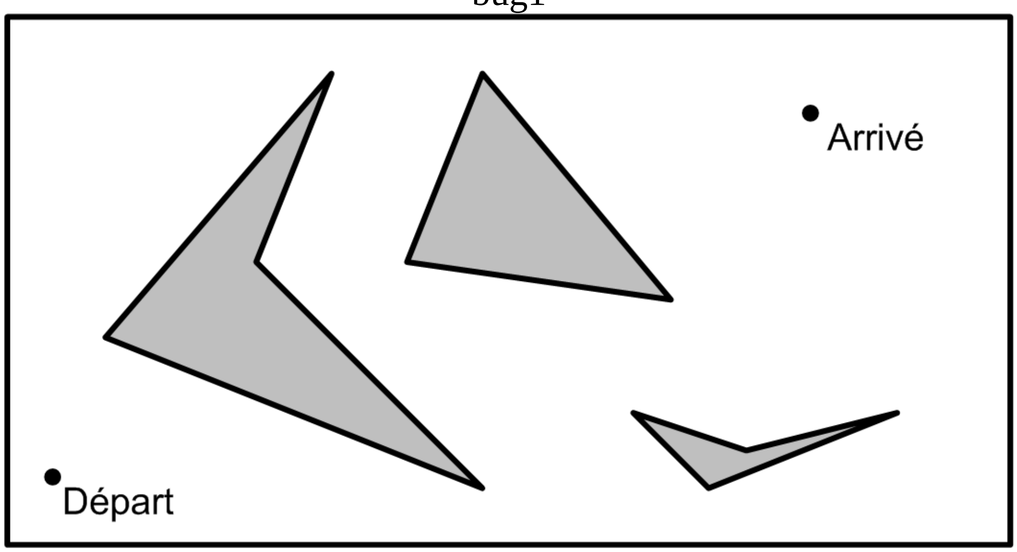


c) Tracez la trajectoire suivie par un robot utilisant l'algorithme bug0 et bug1. Lorsque le robot rencontre un obstacle, il tournera à gauche.

bug0

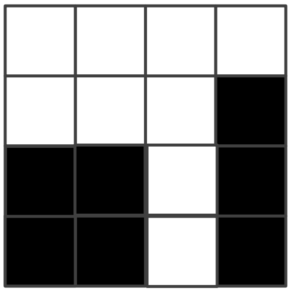


bug1

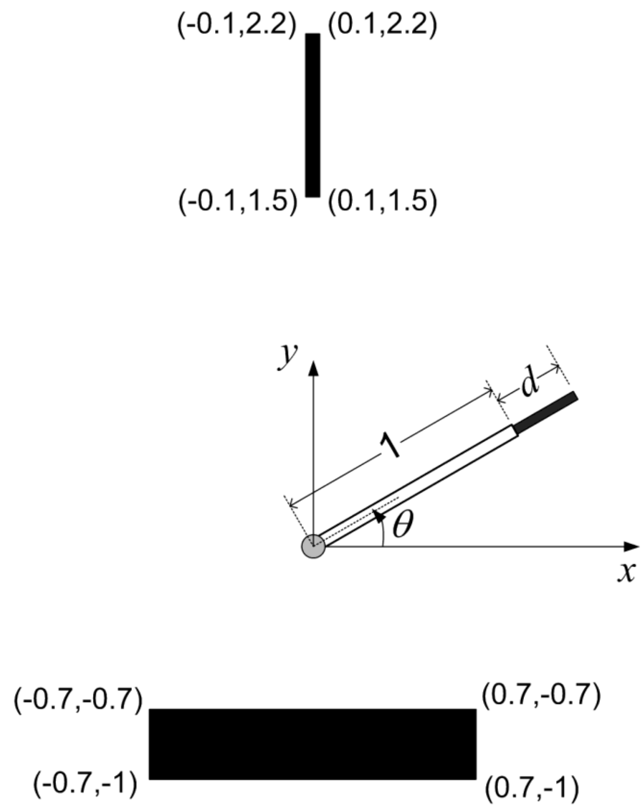


5) Tracez l'arbre *QuadTree* qui représente la carte à votre gauche. Utilisez l'ordre indiqué à droite pour la numérotation des branches de l'arbre. Pour les nœuds et les feuilles de l'arbre, utilisez **V=**vide, **P=** plein, **A**=partiellement plein.

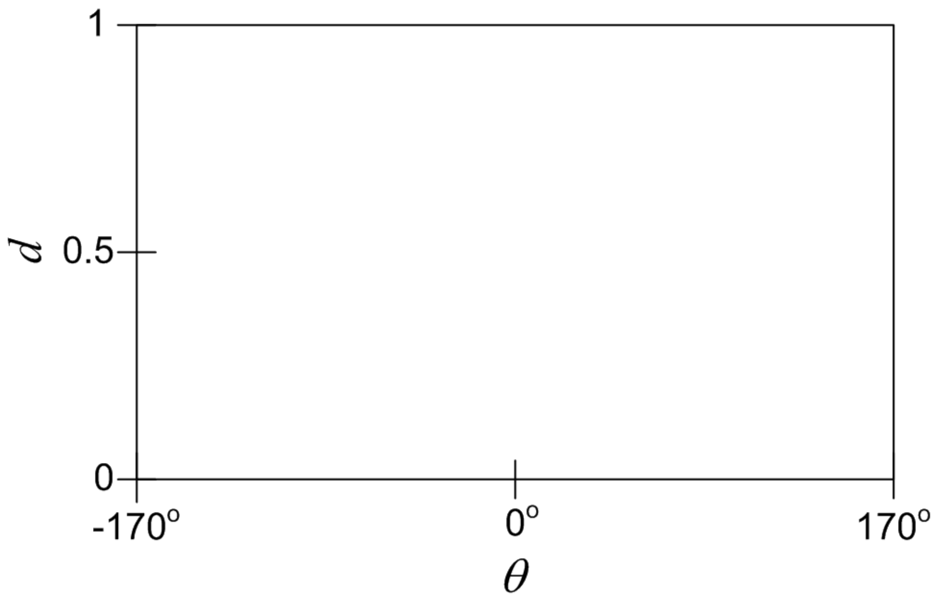
1	**2**
4	**3**



6) **Espace de configuration.** Soit le bras robotisé, illustré à droite, composé d'un actionneur rotoïde pouvant pivoter aux angles $-170^{o} < \theta < 170^{o}$, et d'un actionneur prismatique d'une longueur $1+d$. La valeur de d peut varier de 0 à 1 : donc le bras a une longueur variant entre 1 et 2 mètres. Le centre du joint rotoïde est situé à (0,0). L'angle θ est défini par rapport à l'axe des x, avec une valeur positive dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (le bras sur la figure est donc à environ θ=30°). L'environnement possède deux obstacles (indiqués en noir). Les coordonnées indiquent la position des coins des obstacles dans l'environnement.



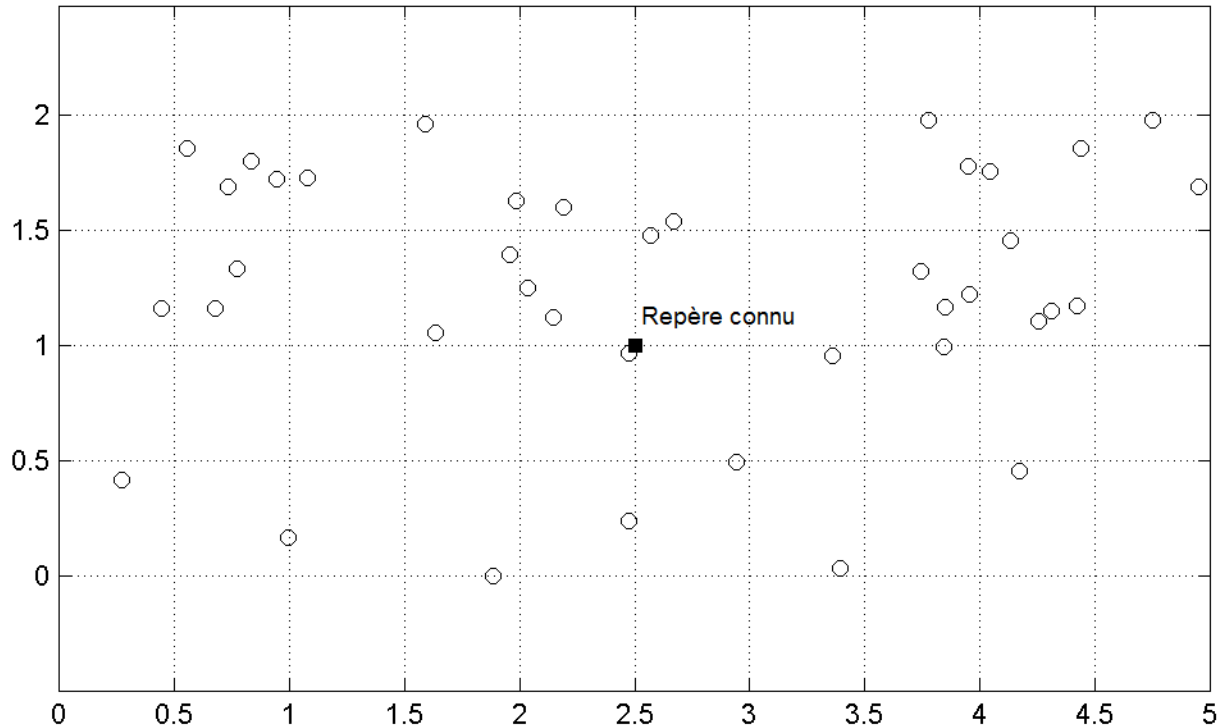
a) **(7 pts)** Tracez approximativement C_{obs}, en hachuré, dans l'espace de configuration.



b) **(2 pts)** Cet espace de configuration est-il connecté?

7) **Filtre à particules**

Soit la distribution en (x,y) des 40 particules suivantes, ayant un poids w_i=1/40, après la propagation mais AVANT la mise-à-jour. Encerclez sur ce dessin les particules ayant un poids significatif, après la mise-à-jour, avec une mesure d=2 et σ_d=0.3, et le repère situé à x_b=2.5, y_b =1. Considérez qu'une particule aura un poids significatif si elle se situe à moins de $2\sigma_d$ de la mesure. (Vous n'avez pas besoin d'être hyper-précis ici… si vous manquez quelques particules çà et là, ce n'est pas grave.)



8) Soit les équations du filtre de *Kalman* :

$$(1)\quad \hat{x}(k+1\,|\,k) = \Phi\hat{x}(k) + \Gamma u(k)$$

$$(2)\quad P(k+1\,|\,k) = \Phi P(k)\Phi^T + C_v$$

$$(3)\quad \hat{z}(k+1\,|\,k) = \Lambda\hat{x}(k+1\,|\,k)$$

$$(4)\quad r(k+1) = z(k+1) - \hat{z}(k+1\,|\,k)$$

$$(5)\quad K(k+1) = P(k+1\,|\,k)\Lambda^T\{\Lambda P(k+1\,|\,k)\Lambda^T + C_w(k+1)\}^{-1}$$

$$(6)\quad \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1\,|\,k) + K(k+1)r(k+1)$$

$$(7)\quad P(k+1) = (I - K(k+1)\Lambda)P(k+1\,|\,k)$$

a) **(7 pts)** Pour chacune des 7 équations, décrivez en 1-3 lignes ce qu'elles signifient, ou ce qu'elles accomplissent. Précisez aussi le rôle de chacune des matrices.

(espace supplémentaire pour la question a))

b) **(3 pts)** Quelles équations correspondent à la prédiction, et quelles équations correspondent à la mise-à-jour?

9) **(5 pts) (GLO-7021 seulement)** Filtre de Kalman étendu (EKF)

(1) $\hat{X}(k+1\,|\,k) = f_X(\hat{X}(k), u(k))$

(2) $\Phi = \left.\dfrac{df_X}{dX}\right|_{\hat{X}(k+1)} \qquad G = \left.\dfrac{df_X}{du}\right|_{\hat{X}(k+1)}$

(3) $P(k+1\,|\,k) = \Phi P(k) \Phi^T + G C_v G^T$

(4) $\hat{z}(k+1\,|\,k) = h_z(\hat{X}(k+1\,|\,k))$

(5) $r(k+1) = z(k+1) - \hat{z}(k+1\,|\,k)$

(6) $\Lambda^T = \left.\dfrac{dh_z}{dX}\right|_{\hat{X}(k+1)}$

(7) $K(k+1) = P(k+1\,|\,k)\Lambda^T \{\Lambda P(k+1\,|\,k)\Lambda^T + C_w(k+1)\}^{-1}$

(8) $\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1\,|\,k) + K(k+1) r(k+1)$

(9) $P(k+1) = (I - K(k+1)\Lambda) P(k+1\,|\,k)$

Soit un robot à conduite différentielle ayant pour commande une vitesse linéaire V (en m/s) et une vitesse angulaire ω (en rad/s). La pose du robot est :

$$\boldsymbol{X} = [x\ y\ \theta]^T$$

(T dénote la transpose) comme vu en classe. Le robot est équipé d'un seul capteur ayant comme fonction :

$$h_z(\boldsymbol{X}) = x^2 + y^3.$$

La matrice de mesure $\boldsymbol{z}$ est donc de 1-par-1. L'intervalle de temps du système est Δt. Les équations du filtre EKF sont données à gauche. Calculez les matrices jacobiennes $\boldsymbol{\Phi}$ et $\boldsymbol{\Lambda}$ du système.

10) **(3 pts) Règle de Bayes**
Nommez trois méthodes ou algorithmes, vues en classe, qui reposent sur la règle probabiliste de Bayes.

11) **(5 pts) (GLO-7021 seulement)** Un robot se déplace à l'aveugle, avec un pas moyen de 1 mètre, et une distribution de probabilité uniforme entre 0.95 mètre et 1.05 mètre, telle qu'illustrée ici-bas. La variance de cette distribution est $0.1^2/12=8.333\text{x}10^{-4}$ mètres^2 (si vous préférez la notation décimale : 0.0008333). Au départ, le robot est situé à la position x=0. Tracez la distribution approximative de la position x du robot, après 20 pas. Indiquez clairement (en chiffre) la valeur de la variance finale et la position moyenne du robot sur votre distribution.