Département d'informatique et de génie logiciel
**Compression de données**
**IFT-4003/IFT-7023**

Mohamed Haj Taieb
**Local: PLT 2113**
**Courriel: mohamed.haj-taieb.1@ulaval.ca**

# Série d'exercices 1 : préliminaires mathématiques

## Problème 1

Soit X une variable aléatoire qui prend des valeurs à partir d'un alphabet formé de M lettres.

Montrer que $0 \le H(X) \le \log_2 M$.

Indication : Utiliser l'inégalité de Jensen pour les fonctions convexes.

---

## Problème 2

Soit un alphabet $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Calculer l'entropie en bits pour les situations suivantes :

(a) $P(a_1)=0$, $P(a_2)=0$, $P(a_3)=0$, $P(a_4)=1$

(b) $P(a_1)=0.25$, $P(a_2)=0.25$, $P(a_3)=0.25$, $P(a_4)=0.25$

(c) $P(a_1)=0.505$, $P(a_2)=0.25$, $P(a_3)=0.125$, $P(a_4)=0.12$

---

## Problème 3

Soit une première source avec un modèle de probabilité $P=\{ p_1, p_2, \dots , p_m\}$ et une entropie $H_P$.

Et soit une seconde source avec un modèle $Q=\{ q_1, q_2, \dots , q_m\}$ et une entropie $H_Q$.

Supposons que $q_i=p_i$, $i=1, 2, \dots, j-2, j+1, \dots, m$

et $q_j=q_{j-1}= (p_1+ p_2)/2$

Démontrer que : $H_Q \ge H_P$

Mohamed Haj Taieb
**Local: PLT 2113**
**Courriel: mohamed.haj-taieb.1@ulaval.ca**

## Problème 4

Considérer les codes suivants. Pour chaque code effectuer les instructions suivantes :

- Déterminer si le code est Uniquement décodable?
- Si le code est uniquement décodable, démontrer le.
- Si le code est uniquement décodable, dites si c'est un code instantané.
- Si le code n'est uniquement décodable, donnez un exemple de deux messages différents qui donnent un même message codé.
- Si le code n'est uniquement décodable, expliquer si c'est possible de rectifier ce code pour obtenir un code uniquement décodable tout en gardant la même longueur de chaque mot code. Rectifier le code.

| | a | b | c | d |
|---|---|---|---|---|
| Code 1 | 0 | 01 | 11 | 111 |
| Code 2 | 0 | 01 | 110 | 111 |
| Code 3 | 0 | 10 | 110 | 111 |
| Code 4 | 1 | 10 | 110 | 111 |

| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Code 5 | 01 | 011 | 10 | 1000 | 0011 | 0111 |
| Code 6 | 1010 | 001 | 101 | 0001 | 1101 | 1011 |
| Code 7 | 1000 | 100000 | 100 | 1 | 10000 | 10 |