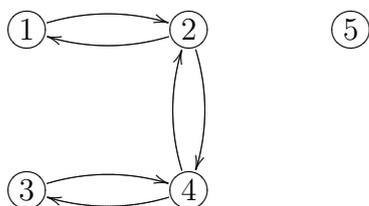


Exercice 1 : Faire les exercices #2, 3,6,7 du Chapitre 11 des notes de Logique et Techniques de Preuve

Exercice 2 : (Aucune justification n'est demandée pour ce numéro.)

Étant donné le graphe $G = \langle S, A \rangle$ suivant :



- Donnez la matrice de la relation A .
- Dites lesquelles des propriétés suivantes la relation A possède : réflexivité, irreflexivité, symétrie, antisymétrie, asymétrie, transitivité, équivalence, totalité, surjectivité, déterminisme, injectivité, fonction, application, application bijective, ordre partiel, ordre partiel strict, ordre total.
- Tracez le graphe $H = \langle S, A \circ A \rangle$.
- Tracez le graphe $K = \langle S, A^+ \rangle$.
- Est-ce que A^+ est une relation réflexive ? symétrique ? transitive ? d'équivalence ?
- Même question qu'en e) pour la relation A^* .

Définition 1 Soit G un graphe non orienté, on note par $V(G)$, l'ensemble des sommets du graphe et par $E(G)$, l'ensemble des arêtes du graphe.

L'expression $[x, y] \in E(G)$ signifie que dans le graphe G il y a une arête qui lie les sommets x et y .

Définition 2 Un ensemble X de sommets d'un graphe non orienté G est dit *dominant* si

$$\forall y \in V(G) \setminus X \quad \exists x \in X \text{ tel que } [x, y] \in E(G).$$

Définition 3 Un ensemble X de sommets d'un graphe non orienté G est dit *strictement dominant* si

$$\forall y \in V(G) \quad \exists x \in X \text{ tel que } [x, y] \in E(G).$$

Définition 4 Un ensemble X de sommets d'un graphe non orienté G est dit *ensemble couvrant* (où VC) si

$$\forall e \in E(G) \quad \exists x \in X \text{ tel que } x \text{ est un sommet incident à l'arête } e.$$

Définition 5 Un *parcours Eulérien* d'un graphe G est une séquence de la forme

$$\langle x_0, [x_0, x_1], x_1, [x_1, x_2], x_2, \dots, x_{n-1}, [x_{n-1}, x_n], x_n, [x_n, x_0], x_0 \rangle,$$

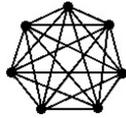
où chaque arête du graphe apparaît une et une seule fois.

(Les sommets peuvent apparaître plus d'une fois dans la séquence.)

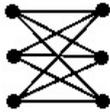
Question 3 : (Aucune justification est demandée pour ce numéro.)

Pour chacun des graphes ci-dessous,

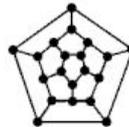
- exhiber (s'il existe) un parcours eulérien du graphe.
- exhiber (s'il existe) un cycle hamiltonien du graphe.
- Trouvez un ensemble dominant des sommets du graphe qui soit de cardinalité minimale.
- Trouvez un ensemble strictement dominant du graphe qui soit de cardinalité minimale.
- Trouvez un ensemble couvrant (c.-à-d. : un VC) des sommets du graphe qui soit de cardinalité minimale.



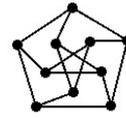
K_7



$K_{3,3}$



Le dodécaèdre



Le graphe de Petersen

Définition 6 Un arbre fini est dit *binaires* s'il est constitué d'un unique sommet de degré 2 (appelé la racine de l'arbre) et si tout autre sommet est soit de degré 3, soit de degré 1. Les sommets de degré 1 sont appelés les *feuilles* de l'arbre.

Question 4 : (Aucune justification n'est demandée pour ce numéro.)

- Énumérez (à isomorphisme près) tous les arbres binaires ayant exactement 6 feuilles.
- Combien de sommets peut avoir un arbre binaire ayant exactement 6 feuilles.