MAT-22257 : Exercices Série 9

Exercice 1 : Pour chacune des suites définies par récurrence suivantes, résolvez la récurrence.

a) $\begin{cases} a_0 & = & 2 \\ a_n & = & 3a_{n-1} + 2^n \quad \forall n : \mathbb{N}^* \end{cases}$

b) $\begin{cases} b_0 & = & 0 \\ b_n & = & b_{n-1} + n \quad \forall n : \mathbb{N}^* \end{cases}$

c) $\begin{cases} c_0 & = & 1 \\ c_1 & = & 8 \\ c_n & = & 6 \cdot c_{n-1} - 9 \cdot c_{n-2} + 2^n \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

d) $\begin{cases} d_0 & = & 1 \\ d_1 & = & 8 \\ d_n & = & 6 \cdot d_{n-1} - 9 \cdot d_{n-2} \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

Exercice 2 : En utilisant le théorème sur les récurrences linéaires homogènes d'ordre 2, exprimez les séries génératrices des suites suivantes sous forme de fonctions rationnelles :

$a)$ $\begin{cases} f_0 & = & 0 \\ f_1 & = & 1 \\ f_n & = & f_{n-1} + f_{n-2} \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

$b)$ $\begin{cases} b_0 & = & 2 \\ b_1 & = & 6 \\ b_n & = & b_{n-1} + b_{n-2} \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

$c)$ $\begin{cases} c_0 & = & 1 \\ c_1 & = & 4 \\ c_n & = & 4 \cdot c_{n-1} - 4 \cdot c_{n-2} \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

$d)$ $\begin{cases} d_0 & = & 1 \\ d_1 & = & 1 \\ d_n & = & 4 \cdot d_{n-1} - 4 \cdot d_{n-2} \quad \forall n : \mathbb{N} - \{0,1\} \end{cases}$

Exercice 3 : Faire le cas $\rho_1 = \rho_2$ de la démonstration du théorème R.5.2