

Décision rationnelle

IFT-17587

Concepts avancés pour systèmes intelligents
Luc Lamontagne

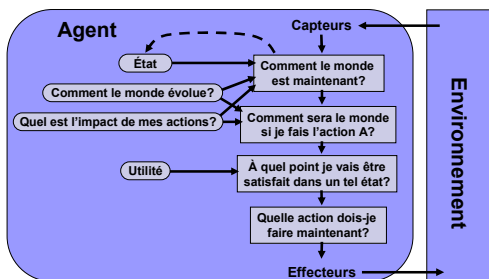
1

Plan

- Préférences rationnelles
- Fonction d'utilité
- Utilité multi-attributs
- Réseau de décision

2

Agent décisionnel



$$EU(A|E) = \sum_i P(\text{Résultat}_i(A) | \text{faire}(A), E) U(\text{Résultat}_i(A))$$

3

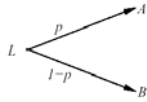
Lien avec les réseaux bayésiens


- Les réseaux bayésiens
 - Permettent de représenter les dépendances entre les variables
 - Donnent une spécification concise des distributions de probabilités conjointes complètes.
- Cependant ils n'indiquent ce qui est préférable pour l'agent
 - Probable → Préférable ?



4

Préférences



- Approche conceptuelle
 - Un agent participe à une loterie (situation incertaine)
 - Il doit indiquer sa préférence pour différents prix (A, B, etc.)
- Loterie $L = [p, A; (1-p), B]$
 - Distribution de probabilité sur différents événements 
- Notation

$A \succ B$ A est préféré à B
 $A \sim B$ Indifférence entre A et B
 $A \succsim B$ B n'est pas préféré à A



5

Préférences rationnelles

- Idée :
 - Les préférences d'un agent rationnel doivent obéir à certaines contraintes
- Préférences rationnelles
 - Comportement correspondant à la maximisation de l'utilité espérée
- Contraintes

Orderability
 $(A \succ B) \vee (B \succ A) \vee (A \sim B)$
Transitivity
 $(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$
Continuity
 $A \succ B \succ C \Rightarrow \exists p [p, A; 1-p, C] \sim B$
Substitutability
 $A \sim B \Rightarrow [p, A; 1-p, C] \sim [p, B; 1-p, C]$
Monotonicity
 $A \succ B \Rightarrow (p \geq q \Leftrightarrow [p, A; 1-p, B] \succsim [q, A; 1-q, B])$



6

Maximiser l'utilité espérée

- Principe de l'utilité
 - Si des préférences satisfont les contraintes précédentes
 - Alors il existe une fonction U tel que :

$$U(A) \geq U(B) \Leftrightarrow A \succsim B$$

$$U([p_1, S_1; \dots; p_n, S_n]) = \sum_i p_i U(S_i)$$

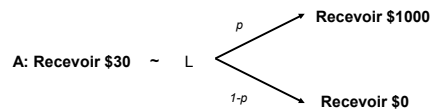


- Principe du maximum d'utilité espérée (MEU)
 - Un agent rationnel devrait toujours choisir une action qui maximise le MEU
 - Mais il est possible pour un agent de ne pas représenter ou manipuler d'utilités et de probabilités
 - Par exemple, un tableau de coups prédéterminés pour le Tic Tac Toe

7

Fonctions d'utilité

- Utilité : état \rightarrow valeur réelle $[0, 1]$
- Comment obtenir ces valeurs ?
 - Comparer un état A à une loterie L_p tel que
 - La meilleure option possible a une probabilité p
 - La pire catastrophe a une probabilité (1-p)
 - Ajuster la probabilité de loterie jusqu'à ce que $A \sim L_p$

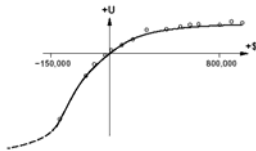


Quelle valeur de p fait que $A \sim L_p$? \rightarrow Si $p = 0.01$, alors $U(\$30) = 0.01$

8

L'argent comme utilité

- L'argent n'a pas le comportement typique d'une fonction d'utilité
- Soit la loterie suivante :
 - A : On vous donne 1 million de dollars sans condition
 - L : Vous lancez une pièce de monnaie → pile = \$3 000 000, face = \$0
- $Espérance\ monétaire(L) > Valeur(A)$
- Mais la plupart des gens choisiraient A !
 - Aversion du risque



9

Utilité multi-attributs

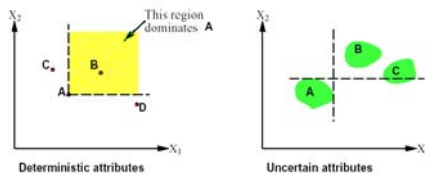
- Pour la plupart des décisions
 - Les options sont évaluées selon différents attributs
 - Acheter une auto → confort, prix, couleur...
 - Site d'un aéroport → bruit, coût, distance
- On peut soit :
 - Tenter de déterminer si une des options domine les autres
 - Dominance stricte ou stochastique
 - Combiner les valeurs des attributs
 - Il existe plusieurs fonctions pour faire l'agrégation des valeurs
 - Habituellement prend la forme d'une somme pondérée d'utilité
 - La pondération dépend de l'importance de l'attribut
 - Ex. $V(\text{bruit}, \text{coût}, \text{distance}) = -\text{bruit} \times 10^4 - \text{coût} - \text{distance} \times 10^2$



10

Utilité multi-attributs : Dominance stricte

- Le choix B domine strictement le choix A
 - Les valeurs de B sont préférables aux valeurs de A pour toutes les dimensions

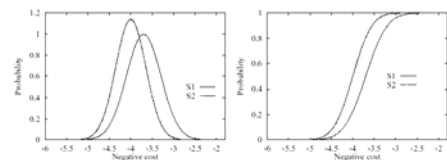


- Dominance rarement observable en pratique

11

Utilité multi-attributs : Dominance stochastique

- Supposons qu'on croit que le coût d'établir un aéroport
 - Site S_1 est distribué entre \$2.8 et \$4.8 millions
 - Site S_2 entre \$3 et \$5.2 millions
- S_1 domine stochastiquement S_2
 - Peut être évalué par l'air sous la courbe $\forall t \int_{-\infty}^t p_1(x) dx \leq \int_{-\infty}^t p_2(x) dx$



12

Réseau de décision

- Ajouter des nœuds dans un réseau bayésien représentant des actions et leurs utilités

- Pour permettre à un agent de prendre des décisions rationnelles sous incertitude.



Algorithme

1. Identifier les variables évidences
2. Pour chaque valeur du nœud d'action
Estimer la probabilité des parents du nœud d'utilité
Calculer la valeur espérée du nœud d'utilité étant donné l'action et les évidences
3. Retourner l'utilité espérée de l'action

13

Conclusion

- Décision = probabilité + utilité

- Théorie de la probabilité : ce qu'un agent devrait croire à partir d'évidences observées dans l'environnement
- Théorie de l'utilité : ce qu'un agent veut ou préfère.

- Théorie de l'utilité

- Préférence entre des loteries pour déterminer des fonctions d'utilité

- Choix → maximiser son espérance de gain

- Une décision peut porter sur différents attributs

- Réseaux de décision

- Une extension des réseaux bayésiens
- Pour représenter et résoudre des problèmes de décision

- Valeur de l'information

- Permettre à l'agent d'acquérir plus d'information avant de décider
- Pas étudié dans cette prestation de cours.

14