

Travail pratique #3 Réduction de λ -termes

Problème

Vous devez implanter un interprète simple pour le λ -calcul. L'interprète doit être basé sur la sémantique opérationnelle par petits pas telle que vue en classe. La stratégie d'évaluation est celle des langages paresseux, c'est-à-dire la stratégie en ordre normal.

L'interprète est implanté par la fonction “`myeval`” qui prend un λ -terme comme argument. Ensuite, il doit effectuer des β -réductions tant que c'est possible ainsi que des α -réductions tant que c'est nécessaire (pas nécessairement dans cet ordre). L'interprète doit présenter le détail des calculs effectués en affichant d'abord le λ -terme actuel écrit au long, ensuite le λ -terme factorisé en une *redex* et un contexte, puis le même λ -terme factorisé mais transformé par une α - ou une β -réduction et enfin le nouveau λ -terme écrit au long.

Comme il s'agit d'un exercice et qu'on ne se soucie pas de l'efficacité, je vous conseille de faire des α -réductions jusqu'à ce que *toutes* les variables aient des noms distincts. C'est-à-dire qu'il n'y ait pas deux variables liées (introduites par des λ -expressions) qui aient le même nom et qu'il n'y ait pas une variable liée qui ait le même nom qu'une variable libre.

Entre un λ -terme au long et un λ -terme factorisé (et vice-versa), il faut afficher “=” sur sa propre ligne. Entre deux λ -termes factorisés, il faut indiquer la sorte de réduction en affichant “=> `alpha`” ou “=> `beta`” sur sa propre ligne.

Un exemple d'utilisation de l'interprète est présenté plus loin.

Syntaxe

La syntaxe des λ -termes est la suivante:

Référence à une variable: dénotée seulement à l'aide d'un symbole;
par exemple, “`gr5`”.

λ -expression: dénotée à l'aide d'une liste de trois éléments, lesquels sont le symbole “`lambda`”, la variable définie et le λ -terme qui sert de sous-expression;
par exemple, “`(lambda x y)`”.

Appel: dénoté à l'aide d'une liste contenant les deux sous-expressions;
par exemple, “`(f (lambda z z))`”.

La syntaxe des contextes dérive naturellement de celle des λ -termes. La seule particularité est le fait que l'emplacement distingué est dénoté par la liste vide, “()”. Si “C” est un contexte, alors on indique que le λ -terme e est placé dans “C” en écrivant “(C e)”. N’oubliez pas que vous n’avez pas droit aux mêmes contextes selon que vous vous apprêtez à faire une α - ou une β -réduction.

Pour l’impression d’un λ -terme ou d’un contexte, je recommande d’utiliser la fonction Scheme “write”. Le reste de l’affichage peut être fait à l’aide de “display” et de “newline”.

Exemple

Supposons qu’on appelle l’interprète ainsi:

```
> (myeval '(((lambda x (lambda y x)) z)
          ((lambda f (f f)) (lambda g (g g)))))
```

alors il *pourrait* produire cette trace d’exécution:

```
((lambda x (lambda y x)) z) ((lambda f (f f)) (lambda g (g g)))
=
(C ((lambda x (lambda y x)) z))
  ou C = ((lambda f (f f)) (lambda g (g g)))
=> beta
(C (lambda y z))
=
((lambda y z) ((lambda f (f f)) (lambda g (g g))))
=
(C ((lambda y z) ((lambda f (f f)) (lambda g (g g)))))
  ou C = ()
=> beta
(C z)
=
z
```

Notez que, dans cet exemple, il existe d’autres traces possibles (à cause des α -réductions).

Directives diverses

Vous êtes libre de choisir les noms de variables qui vous conviennent lors des renommages. Notez que l’exécution choisie par votre interprète pourrait mener à une boucle infinie. Cependant, il ne faut pas que la boucle à l’infini soit causée par des séquences infinies d’ α -réductions. Le renommage des variables ne demande toujours qu’un nombre de réductions fini. S’il-vous-plait, ne tentez pas d’optimiser votre programme et faites les choses simplement. Le travail est déjà assez difficile tel quel.

Remise des travaux

Vous devez remettre votre interprète ainsi qu'un bref rapport (au moins 1 page) via l'intranet au plus tard le **28 novembre, 18h00**. Le travail doit être fait individuellement. Des discussions verbales sont acceptables entre camarades mais pas des échanges de bouts de code. De plus, il va de soi que vous ne devez pas récupérer sur internet la solution partielle ou complète à ce travail pratique.